

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

DELHI UNIVERSITY LIBRARY

Cl. No. B32 168 N26.1

Ac. No.10 375

Date of release for loan

This book should be returned on or before the dute last stamped below. An overdue charge of 0.5 nP. will be charged for each day the book in kept everture.



E CONTRACTOR OF THE SECOND OF

احضا كاابنالي رسأنه مصنف المراج المسان المراب المراج المراب المرابي المرابي المرابي المرابع المرا شرریب فاضی محرسین صاحب ایم-ای سرریب فاضی محرسین صاحب ایم-ای پروندیکر کلیجامی خانیه سرکارعالی نے اُردویس ترجه کیا مسامع سسادم ساوم

دبياجهاز مترجم

اصلاک ابت دائی دسالہ معنفہ کہ گبین کا ترجہ اددویں حسب شفوری مجنس ریاشی وسائٹنس ہیں ؟ اے کی جاعتوں کے لئے کیا گیا ہے۔ مبتدیوں کے لئے انگریزی زبان میں بیرمغیر کتا ہے احصا کے اطلاق کے معلق طبعی ، میسلی دمہن ہی مسائل کی گئی تقد داوس میں موجود ہے۔ ترجہ شخت تعظی ہے کوئی تربیم اسل نبہیں معنمون بالک کی ٹیریم اسل نبہیں کو جہ سے اسکو دو معموں میں تقشید کردیا گیا ہے کہ در نہ مضمون بالکل مسلسل ہے ، جہاں کمل کی باضا بطر بحث شروع ہوتی ہے دہاس معنمون بالکل مسلسل ہے ، جہاں کمل کی باضا بطر بحث شروع ہوتی ہے دہاس معنمون بالکل مساسل ہے ، جہاں کمل کی باضا بطر بحث شروع ہوتی ہے دہاس کے مسلس نفری کا المب میں مواجوت کی ایک نقطہ نظر سے کمل نفری کا المب می معیادی صور تیں بھی جو تی جہاں موتی ہیں ، علیک اس موقع پر طالب علم کوارن دونوں معیادی صور تیں بی جب ام ہوتی ہیں ، علیک اس موقع پر طالب علم کوارن دونوں معیادی صور تیں بی جب ام ہوتی ہیں ، علیک اس موقع پر طالب علم کوارن دونوں معیادی صور تیں بی جب ام ہوتی ہیں ، علیک اس موقع پر طالب علم کوارن دونوں معیادی صور تیں بی جب ام ہوتی ہیں ، علیک اس موقع پر طالب علم کوارن دونوں میں بیدا کر لینا جا ہے۔

موزہ ترتیم واصطلا عات کی نہرست اس کناب کے ساتھ مسلک ہے اصحاکی علاات درموز اساسی اہمیت رکہتی ہیں اور کثرت سے اعلیٰ ریاضی اور سائنس کے ہرستعبہ میں استعمال موتی ہیں اس لئے ترقیم وعلا اس کا مناسب انتخاب اور ان سے لیا ظریسے پوری میسائیت ریاضی اور سائنس کی تنام شاخوں ہیں ضروری ہے۔ اس کتا ب محمضع میں جانے مے بعد سائنس ترقیم کیٹی جا معہ عثما نیہ سے اگریزی ویونانی مردف کے لئے مائل عربی حروف اختیار کئے ہیں جن کے ساتھ میں ان کی مردف اختیار کئے ہیں جن کے ساتھ سطا بقت آیندہ سے سائٹس کے تمام سفیوں میں لازمی ہوگی ان کی فہرست دوالہ کے طور پر ہیاں دسیجا تی ہے ہراہ کرم اس کتاب کی تفصیلی ترقیم کو این مردف کی مطابقت سے پڑا جائے۔

شنشتم



مفرد حروف انگرزی ویونانی کے ماثل مجوزہ حروف ۔ ABCDEFGH Nyeve IJKLMNOP ب طن م ل ک خ آ QRSTUVWX JV W C P D X YZ ے ما اگریزی سے بڑے (CAPITAL) مروف نجط عربی لکھے جائیگے اور حیوے مروف نجط فارسی۔ نیز بڑے مروف جی کھے جائیگے اوران اور نیاز میں میں سجط فارسی۔ نیز بڑے مروف جی کھے جائیگے اوران كُ يَمَا مُد بِعِي سِرُا بِيوكا -A' B' C' D' () 今 () A B C D رجبار

جينے عا' با'جا'....



۔۔۔۔ ب ب ب ب ماروں میں جدیری ہوئی ہے مبکی وجہ سے تے او قات پر لوجہ بہت بڑھ گیا ہے'اس کے تعبیر لوگوں کا خیال ہے کہ راضی اب کی نوعیت مر زندنل کی رہ میں میں برملي سے حق ميں حود لائل اكتربيان كئے جاتے ہيں اَن كيں سے تعفس سے ساتھ ہمیں دلی ہمدر دی ہے۔ لیکن میں میں ہے درسٹت ہداورائج بھی درست ہے کہ ریاضی سیکھے ینے تی سے لئے علم احصالیٰ استفدر منیا دکائی ہے۔ اس بیان میں سچائی کی ٹری مفار اکاہم یا در کے کہ اُر محض نما بجے کے اقتباس اور استعمال کی حد سے زیادہ متعلقہ ی گئے کانی خیال کئے جانتے ہیں۔ یہ شاید حکمن سے کہ جبد سعقوں میں احسا کے خاص نَتَاعِ کی کا نی مقدار میان کر دیجا سے اور ان کی توضیع بھی کر دیجائے اور ان کی م طالب علم بيلي اورطبيعي مسأل كابتداني مجت كوايك مدتك بخوبي سنجه به سيخ تسكير لنكرل عداكا اسقدر سطع کورس ارج فائرہ سے خالی میں گرمردومقداراور نوعیت سے لحاظ سے

رئسم مے علی مفیامین کے رجبتہ مطالعہ کے لئے مطلق کا فی نہیں ہے جے روكانظرية وحركهات حركت سالات اليك كانظرية وغيره وغيره ا ے نے ٹام ندلیا چائے ۔ اس امر سے مدنظر کہ طالب علم ملو الآخرا ی بیلی طبیعی ائیمیا وی تطهر سی سنجیده میطالعنب میں شاا ت گھیدنگاواوراشتراک رکتے ہیں جواحق اكاطبيعي استعال كم موتاكس اوراحصاكي كتابس ابك بی جاسکتی ہے وہ یہ ہے کہ پیطالب علم کو اجعماکے اصولوں اور اعمال کو آسانی کے ساغذا في السيه مطالبات من لكاف كي التي تاركر وجن من احصا عام طورير التعال موآے ۔ اس عرض دوراکرنے کے اعما کے مضمون کی تومینے علوم مندسہ تعبل اور طبیعیات سے مونی جا ہے جبکہ ان ننون کی ذاتی اور نصوصی مشکلات کوخاص کتر نصاب

ت کے لئے حکد دیجائے اور یہ توصیح ات اینا اس عقصہ رصرت عام فح کا پوراکریں اور ذہنی شکلات کور فع کرنے کی بجا ئے انہیں اور مدا بالیا اور ندمی لاستنایی سلسلوں کے علم کو بیلے سے تسلیم رہا گیا ہے۔ بارید ددسری جدت اس کتاب میں سا والوں کے نظرید کا باب ہے اس مدت

اس کئے ننرورت بنیں مسوس ہوئی کہ اس سے احصاکی علم حساب سے تومیع ہوتی ہے يمى كوعلى تقطه نظرت ييضمون بروى المينت ركهنا باورما ورانى مساواتول یا وزکم و شرح کئی فسردری تمانج اس شاخ کا تعقیبلی مطابعه شروع کرنے سے پہلے ا کے گئے ہیں۔ دسویں ماب میں رقبول اور سنت و ململی منحنیات کی جو مجت ورج ئى منىراوں بىں اوسط قىمىت كاست ئلە كانى سىپے ـ سلسلول ـ ہے جن سے مباداتوں کے ایسے نمونوں کی توضیح فہوتی ہے علم حركت بطبيعيات ملى اورزق انجينيرنگ ميں يائے جاتے ہيں۔ اكتُرَخُفُونِ كُنْ سَائِدُ سا دَهُ شَقْيِنِ درجَ ہِينَ مُشَانُول سِحِ النِ مُنتز مجموعوا

ئى سئلے اور تبائج ایسے لینگے جن کے لئے کتاب کے متن میں حکم نہیں اسکنی تھی لکیں ہمیت	مو
الله الله الما التصريح بيان كيا جا نا ضرورى تفا- طالب علم في حصله افزائي كے لئے الله الله الله الله الله الله ا وه الله تنئيس الله الله الله و تحنن ميں دائے جوامصا كے استعمال كميں مهولت واعما د	1
وہ اپنے مئیں اس مسق و محنت میں ڈامے جوامصا کے استعمال میں مہولت داغتا د میام پڑنے میں دونوں اور میں داخت کے استعمال میں مہولت داغتا د	کہ م
امل کرنے سے نے تطعی طور مرافارمی ہے ہیں نے زیادہ ضروری امتلہ کے مل کے متعلق ایکا میں اس میں مروز مد	6
انگلف اشارے درج سکے ہیں ۔ اس کتاب کی تیاری میں کئی رسالوں کے مطالعہ کرنے کا موقع ہوا اور جہال کہیں	ַ אַ
ان بو محکرکونی طرز تنشریج اختیار کی کئی ہے جوکسی خاص مصنفٹ کے بیاتہ مخصوص کا ان بو محکر کوئی طرز تنشریج اختیار کی گئی ہے جوکسی خاص مصنفٹ کے بیاتہ مخصوص	6
ئر باروں رئے سراک یکھیاں کا ایک ایک اوری کا استعادی سے اوری شخص سالہ اسال ٹریکا احتیاط سے ساسب اغیرات کردیا گیا ہے الکین جب کوئی شخص سالہ اسال	
ا ایک صنمون بڑموار ہا ہوائش کے لئے اپنے علم کے تام ما فیڈوں کا شانفٹ کرلسا	-
ے ایک صنمون ٹرمعارہا ہوائش کے لئے اپنے علم کے تام ما فذوں کا شانفٹ کرلیا شوار ہے ' بیس مکن ہے کہ میں نے زیاوہ وسیع طور پرا قتبالس کیا ہمومس کا مجھے علم	,
	ا نہ
.,	•
جارج / اے گبن	•
گلاسگو ستمبراز 19ع	

ے مرتب کا حیرا دوسرایدشن دنیا

اس ایوش کے لئے کوئی خاص تبدیبیاں پہلے ایدشین رینہیں کی گئیں ،
ماہم اس میں دو بابوں کا اس غرض سے اضا فدر دیا گیا ہے کہ یک ب ، ریاضی طبیعیات کے طلبہ کے لئے دیادہ مفیدین جائے۔ علامت عمل کے ندراعال کی بیشین میں جائے۔ علامت عمل کے ندراعال کی بیشین میں ج

M. Charles J. de la Vallees Poussin

Etude des intégrals a limites infinies

من ورج کیا ہے میری رائے میں اس طریقہ کے اندرساڈگی اوصحت نمایاں ماڈئک

میں ورج کیا ہے میری رائے میں اس طریقہ کے اندرساڈگی اوصحت نمایاں ماڈئک

موجود ہیں۔ یہ امیری کا تی ہے کہ فور اس مرقی کا نی زور سے سفارش نہیں کی جاسکتی کہ

طالب علی خود ان دلچسپ مفعات کا سطالعہ کرے اور ان پریورا عبور ماصل کرتے نمیں

خود فور دان دلچسپ مفعات کا سطالعہ کرے اور ان پریورا عبور ماصل کرتے نمیں

مور فور دو اس میں اختیاری تفاعل کو موسیقی ساسلوں سے تقبیر کرنے کے عمل کو کمیل

ماک بریجاتنا ہے۔

جارج' اے 'گبس گلاسگو ذم<u>برھ وا ع</u>

بہلے مطالعہ کیلئے ہدایا

وسرم وسرم واحسا هئاول)

ت فيم	مضهون	وفعسه
1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	پار الحکے اللہ محدد ۔ آنا علی محدد ۔ آنا علی محدد ۔ آنا علی تعدیر اللہ محدد	121202400111

ف <i>ېرست م</i> فعامين	۲.	ا حصا كا اتبدائي رساله
70 77 79	ل اور مفلوب نفاعل مشتق ا	۱۳ تصریحی اوتضمینی نفاع ۱۳۷ کئی مینئوں والاتفاعل
22222222	ووم منطق لفاعيل سيات منطق الماري منتق ا	باسه مرمیمر مرمیمر ۱۹ احصاکی غایت به تر ۱۹ اختی کی مساوات به ۱۸ ج لاا کی ترسیم ۱۹ ناپنے کی اکائیاں ۱۹ محددوں کا مهندسه ۱۲ خصال مقطوم
64 64 77	مشق عطع <i>ف یا انعطا</i> ت مشنق م	۲۶۳ منطق تفاعیل - نقطهٔ ۲۶۳ متفارب
نیں	سیسوم اورانی تفاعل مخرد طی ترا نفاعلوں کی ترمیم - زن	با مرسیمبرس بجسر مداور جسریة تفاعل مفلوب

تمضامين	بنائی سالہ ۳	احماكان
41	مخروطی تراشیں سے یہ	7 7
44	مبدأ اور محور ول كى تبديلي	46
A 1	مشقه	
^0	ا درائی تفاعل مثلی تفاعل نون نمائی اور لو کارنمی تفاعل	44
14	نوت نمائی اور لو کارٹنی تفاعل	79
19	ترسيمون سيم تعلق عام اشارات	۳.
91	مشق	
	باب جهارم شرح - انتها	
100	اشرح	41
1	الفاقي سيفرين	۲۳۲
1-94	كيسان تغيير كيسان شرح كأناب	٣٣
1.0	مقداروں منے ابعاد	٣٨
1.4	المعيرسرفيل	20
1.9	اورسط مسترح	F 4
117	ا بغیر کاری اینه این	۳،
110	ا از از این الدر ماس کی تعدید	۲۸
110	انتهاکی عامرتشه برج	۳9
اسوبوا	انتها کی تولیک کے ترقیمیہ انتہاا دقیمیہ سکافہ ق	41
110	أنتنها ول مح متعلق من عليه	44.

16.	اليي صورتبر جهار شيس معين عدد نهير ہے	00
141	روانی یا بهاؤ۔ رصار	84
140	"فوت كإمشتنق	04
124	عام مسائل	۵۸
IAT	مشق	
١٨٢	تفاعل كم تفاعل كامشتق اور تفاعلوب تفاعلون كي مشتق	۵٩
191	مشق	
144	تفرقم	4.
144	ببذريكي التعال - ماس أرر ماس وغيره	۲۰ ۲۱ ۲۲
199	تُوسُ قامشتق	44
Y-1	تفریم هندسی متعال ماس زیرماس دغیر قوس کامشتق مثنتی ۱۰	
	or and	
	بالسبيعتم	
	تفرق رسل ، ماوراني ريفاعل اعلى رسيسو	
(بقرف دسکس، اورای تفاص کسے رہیہ سکو	
7.6	مُلَثِي لَقُ عَلُول مِنْ مِشْتَقِي	4 3
	مثنتين	
71.	ما يشره ما يا	
110	مقلوب تناش تفاعل منتهة ربي	44
714	و و و د د د د د د د د د د د د د د د د د	
711	مشقی نوتنمائی اور نو کارنمی تفاعل	40
444	مشق	
	زائدی تفاعل	
777	נוגטשיט	77

تعضامن	ر فيرساله ۴ فيرسا	احسأفااتبدا
7 PP PP PP C	عظر نے کے شتق میب نیز کامٹ کا مثالیں میس نیز کامٹ کا مثالیں مشفی ۱۲	44
707 707 707 171	باست تبشتم مشتق کا طبیعیات میں استعال احرکت بن شنقات کا ستعال بستیقی دکت به توبه وک ادر تعبیلا دُکی فدریں پیمال حرارت مشتق ۱۵	49 2.
748 749 747 747 747	وسط قیمت مسلے اعظم اور کی میں تعاطف دن کا مسلا در اوسط نیمت کے مسائل ۔ وسط قیمت کے مسئلہ کی دیگر شکلیں عظم ادرا آل مینیں تالیں ۔ و مقتجب (ب لاہج) کی ترسیم نیرائی طریقے در کی میت سے قریب تغیر در کی میت سے قریب تغیر در کی میت سے قریب تغیر	24 24 25 26 27 22
799	معرومی در می است مستنی ۱۶ مستنی ۱۶ باسب دیم	41

ا مصاكااتبلائي رساله فهرستهضاين ا- ۳ 69 Al AT 14 AP 10 سمارها 44 46 ۸۸ 449 mark my a 9. 91 اهس mal. 94 9 1 m 44 90

* /		
TYVI 29 YVI 29 YVI 29 YVI 20 YVI 20 </th <th>مراحرات من استعال المنتفري تبديل منظرة المنتفرة المنتفرقة المنتفرة المنتفرق المنتفرق المنتفرة المنتفرة المنتفرق المنتفر</th> <th>99 99 99 111111111111111111111111111111</th>	مراحرات من استعال المنتفري تبديل منظرة المنتفرة المنتفرقة المنتفرة المنتفرق المنتفرق المنتفرة المنتفرة المنتفرق المنتفر	99 99 99 111111111111111111111111111111
İ		1

احما کا ابتدائی ساله پاپ اول

ا سمتی حصے یا قدم - فض کروکہ ایک خط متنقیم پر دو نقط او اور ب این طاحظہ ہو شکل (۱) ابتدائی علم ہندسہ میں خط کے اس حصے کو جو او اور ب سے درسیان ہے بلا امتیاز ارب یا ب ایس وصے کو جو او اور ب سے درسیان ہے بلا امتیاز ارب یا ب ایس اور خرون کی ترتیب کوئی سعنی نہیں آمہی ۔ لیکن کئی اغراض سے لحاظ سے یہ زیادہ مفید ہوگا اگریم ویل مقرک نقطہ او ایس کے دو حصوں میں تمیز کریں (۱) وہ حصہ جو اس کمتی مقطہ او سے ب سک جانے میں طے کرتا ہے ۔ (۱) وہ حصہ کو سمتی حصہ کرتا ہے ۔ (۱) وہ حصہ کو سمتی حصہ کرتا ہے ۔ (۱) وہ حصہ کو سمتی حصہ کرتا ہے ۔ (۱) وہ حصہ کو سمتی حصہ کرتا ہے جب اس امتیاز کو ملحوظ رکھا جائے تو حصہ کو سمتی حصہ کرتا ہے جب اس امتیاز کو ملحوظ رکھا جائے تو حصہ کو سمتی حصہ فراد ہے جو ایک نقطہ مقام او سے ب کی جاتے میں مرتبے کرتا ہے دو ایک نقطہ مقام اس سے ب اور سے وہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے ب او سے وہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے ب او سے وہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے ب او سے وہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے ب او سے وہ حصہ تبیر سروتا ہے جو کوئی نقطہ مقام ب سے اور برعکس جانے میں مرتبے کرتا ہے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے جو کوئی نقطہ مقام ب سے اور برعکس جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے در ایک جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے در ایک جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے دریا کی جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے دریا کہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے دریا کہ جانے میں مرتبے کرتا ہے اور برعکس اس سے دریا کہ کرتا ہے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے جو کرتا ہے اور برعکس اس سے دریا کہ جانے میں اور سے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے جو کرتا ہے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے دوہ حصہ تبیر سروتا ہے دوہ

مُشِمِ کرہا ہے۔ سمنی اوب کا مطلق طول تو وہی ہے جو ب او کا کا گر ان کی سمنیں مخلف ہیں۔

\$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$ \$

نشکل (1)

وهِ قدمول او ب اورج هر كو مساوي اس رقت كيت بين ايك رواي وہ ایک ہی خط متنقیم یا متوازی خطوط متنقیم پر ہوں دم) رہے اور ج د سے طول سالوی ہوں اور زمی در انبع کیے اسی سرف واقع ہو جس طرن کہ ب ، او سے واقع ہے ۔ اگر حد ، آ سے اگر ان کے سے اسے اللہ میں میں است میں اینے میں میا لفت سرت میں روائع ہو تو اس صورت میں او ب ، ج ﴿ تُلَّ ساوی نہیں موگا لکین کہ ج سے ساوی موگا کیونکہ قدم ارب کا طول ارہمت وہی ہے جو بچ حرک یا کا ج کی ہے، برغکس اس کے آگرے الب کا طول ج ذکے طول سے مساوی ہے لکین اس کی سمت وہی ہنیں ہے جو ج کر ک ہے۔ اس کئے نسمتوں کی مندر دیریالا تعلقہ کے مطابق اب کوج کرے مساوی نہیں کیا جاسکتا ۔ ١ - قدمون كالمجمع كرنا- فرض كروكه كسي خط سننتيم ب را ج تین نقط میں - اب نقاط کو اب ج کے اضافی مقام کے اتنی مقام پر مہوتا ہے جس مقام بر وہ سیرھا آرا نیے، جس ک جانے میں مہوتا۔ بس او جس کو سمبتیوں او مب اور ب نیج کا عال جع کہتے ہیں۔ اور شمنیوں سی جمع سے عمل کو ذیل کی مساوات سے تعبیر کرتے ہی

راس + ب ج = ال ج ح ال ج جب ب ب ال اور ب اور جب ب ب ال اور ب سے دربیان واقع بو تو قدموں الرب اور ب ب ب ب ب ب کے طولوں کا مجموعہ قدم الر ج کے طول سے برا پر ہوتا ہے اس سے اس مقبوم سے مطابق ہوئی ہے جن بی کی جمع اس کے مہندسی مقبوم سے مطابق ہوئی ہے جن بی کہ محف ان کے مطلق طولوں کو لمحوظ رکھا جاتا ہے ۔ لیکن جب ب اور ج کے مطلق طولوں کا مجموعہ قدم الرب اور ب بے مطلق طولوں کا مجموعہ قدم الرب کے ساوی بنیں ہوتا ۔ ذرا سا غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ قدموں کو شبت اور منفی خیال کی جا سکتا ہے اور قدموں کی جمع جبریہ جمع اور منفی خیال کی جا سکتا ہے اور قدموں کی جمع جبریہ جمع کے ساتھ مطابقت رکہتی ہے۔

اگر خط پر ایک چوتھا نقطہ ﴿ کبیں واقع ہو تو

トナナナチャラーラー

ادر اسی طرح سے قدموں کی کسی تعداد کے مجموعہ کی تعربیا کی اور اسی طرح سے قدموں کی کسی تعداد کے مجموعہ کی تعربیا کی ا

الرب أور ج دكا عال جع اس صورت مي معلوم كرنيك لئ جكبه ب اور ج ايك دوسرت پر منطبق نه مول قدم ب ع كو ج در سے سادى لو ، تب

الب + جد = الب + بع = الع

اگر لا کوئی مثبت عدد بہو تو لا x اوب سے ایک الیا قرم مراد ہے جب کی سمت وہی ہے جو او ب کی ہے اور جس کے طول کو ارب سے طول کے ساتھ نسبت لا: ا ہے۔

شلاً ہو اوب سے او ب کی سمت میں اس سے مگن قدم مراد ہے اور ہے اور بے ایک ایسا قدم مراہ ہے جس کی س وہی ہے جو اوب کی ہے اور جس کا طول اور ب کے طول کا

ہے ہے۔ طالب علم آسانی سے دکیھ سکتا ہے کہ عددوں کو جمع کرنکے قوانین مبادلہ و اجتماع قدروں پر سی صادق آتے ہیں۔ سا۔ متناکل قدم اور قدمول کی تذریق۔ اگر دفعہ ماقبل کی سلی ورت میں یہ فرض کیا جائے کہ نقطہ ج ، او بیر منطبق ہوجاتا ہے تو ظاہر ہے کہ کو ج صفر قدم اوار بن باتا ہے۔ کیس ب و - بر الموزى ترقيم بين رموزى ترقيم بين الرب + ب و = اواد = . - م د = ارج

اسی طرح اوب +ب ج + بع او = اوج + بع او = . الجرامین منفی عدد - او کی تعریف ویل کی مساور سے کی جاتی ہے

ال + (- ال) = . اسی طرح کسی منفی قدم ' - ال ب کی تعریف ذیل کی مساوات

ال ب + ب ال ي .

سے کی جاسکتی ہے جس سے یہ مرد ہے کہ قدم '۔ اوب ساوی ے ن بار کے جوکہ قدم اگب کی مقابل سمت میں اسی طول کا ایک قدم ہے ، اب ہم قدم اوب کے ساتھ مثبت علامت مثبت کرسکتے ہیں۔ قدم کہد سکتے ہیں۔ قدموں شبت کرسکتے ہیں۔ قدموں اور ۔ اور ۔ اور باریا ب اور کو تنظامل قدم کہتے ہیں، صرکا اور ۔ اور ۔ اور باریا ب اور ۔ اور ۔ اور باریا ب اگر دو قدم ساوی موں نو این سے تشاکل قدم بھی مساوی موں کے۔ تقدم کی تفرنق گویا متناکل قدم کا جمع کردنیا ہے کر موز میں

(3-45-15-16-45-16-

یا ارب ۔ جود یہ اور ب بد هرج ہے اور ج اگر ب ج ہے د ج جیسے الجرافیر، خابت کی جاتا ہے اسی طسرت ہم خابت کرسکتے ہیں کہ قوانیں مبادلہ اور اجتماع قدموں کی جمع بر بھی صادق آتے ہیں ۔ واضح ہو کہ علامات ہو اور ۔ کو اعمال جمع اور تفراق ' نیز مشاکل قدموں سو نعیہ کرنے میں استعمال کیا جائے کا لکین ایا گرنے میں کوئی بریشانی یا اختیاد واقع نہیں ہوگا۔

اگر از ب آنگ خط بر کوئی دو نقط بیون اور و کوئی تبیه انقط میون اور و کوئی تبیه انقط میوتو تفریق می تعربیت سے مطابق

ادب اور+ وب وب+ادو وب-وا

ا من المام و کی اور وی و و نون متی العلامت بیب اور کری در مختون العلام من من

اب وک کو طول اور سمت کا سعیار مقرر کرو۔ مان لوکہ اس کا طول ایک کی طول ایک ہے اسے ہم اکائی قدم کینگے۔ جو قدم وک کی طوح دائیں طرف نامیے جائیگے وہ مثبت کہلائیں کے اور جو قدم اُس کے ظاف یعنی بائیں جانب نابے جائیں کے وہ شفی ہونگا مثلاً ون ' ن ن ن منفی منالاً ون ' ن ن ن منفی منالاً ون ' ن ن ن منفی

ير -

لا سور کر او ک از ان کا

اگرون ساءی ہو لا x وک کے تو

ونَ په ـ دَ و په ـ ون په ـ لا × وک

بلحاظ سباً وسے مبت عدد لاکو ن کا فصلہ کہتے ہیں اسی طح منفی عدد " لا کو اسی مبدأ کے لیاظ سے ن کا فصلہ کہتے ہیں۔ نیز خط کا د کا کو فصلوں کا محور کہتے ہیں کا طاہر ہے کہ وسے دائیں طرف کے سب نقطوں سے فصلے مثبت آور وسے بائیں جانب سے سب نقطوں سے فصلے منفی عدد ہیں ۔ خود مبدأ کا فصلہ صفر ہے ۔ شکا آگر و لا = ۲ وک تو لاکا فصلہ ۲ ہے ادرک کا فصلہ ا ہے نقطے ک اور کر نقاط ک اور لا سے

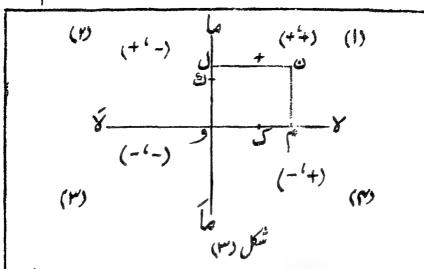
ہے اورک کا نصلہ اسے بنقطے گ' اور اُر نقاط ک اور اُر سے متفائل ہیں' ان کے نفیلے بالترتیب ۔ ا ، ۔ ۲ ہیں ۔
پیس اس تعرایت کی روسے سی نقط سے نفیلہ سے وہ نسبت مراد ہے جو رون کو اکائی قدم رک کے ساتھ ہو جہاں اس نسبت کے پہلے سنبت علامت شت کرنی جا ہے اگر نقطہ ن مبدأ واقع رسے وائیں جانب واقع ہو اور منفی اگر نقطہ بالمیں جانب واقع ہو اور منفی اگر نقطہ کی ' و سے وائیں ہو' اس میں یہ فرض کردیا گیا ہے کہ نقطہ ک ' و سے وائیں بانب واقع ہے۔ حب کسی نقطہ ن کا فصلہ لا ہو تو یہ کہنا ہولت خبن ہوتا ہے کہ نقطہ ک اور یہ عدد ایک ووسرے کے متائل با جواب ہیں۔ مثلاً نقطہ اور عدد ہو' نقطہ کے اور عدد ۔ ا

نقطہ و اور عدد مفراکی دوسرے کے تناظر بیں۔ اصول متعارفہ علم مہندسہ پر جبرومقا بلہ کا اطلاق جس اصول ہے

، وہ یہ ہے۔ جب مبدأ و اور اکائی قدم و ک مقد این تومحور نیر کے نقاطِ اور حقیقی اعداد کے نظام میں تی عدد مونا ہے جے نقطہ کا فصلہ مِو سَكُمَّا ہِنِي - مُثْلًا إِلَّهُ عدد لکین ظاہر نے کہ سے نمینر کرنا مشکل ہو جاتا ہے ' مثلاً اگر شکل میں ان فصلوں ۱۴ رس اور ۱۴۲ء ایک دوسرے سے نمینر کرنا مشکل ہوگا۔ ؛ ایک دوسرے سے تمینر کرنا مشکل ہوگا۔ بااین اعداد ریاضی عملوں کے لحاظ بسے انہی قوانین ہ ریر میں جو منطق اعداد پر عائد ہونے ہیں اور اگرچہ شکل مانتخت ہیں جو منطق اعداد پر عائد ہونے ہیں اور اگرچہ شکل تخسدم

میں غیر منطق اعداد کی تقیری قیمتوں شلًا ۱۳ اور ۱۲۱۲ س 立-(1,一一, 上, -, 上, で, で, -, トラ) ٢- إكَّر أيك نقطه كا فصله لله مهو تو إن تقطول كو مرَّم رو جو ذبل کی سا واتوں سے متعیں نبوتے ہیں۔ ۱ لا۔ سے مسلا+ ۵ = ، کلا۔ ہم = ، مسلا ہے الا **قدم کا ناب ۔** اگر نقاط او اور ب نے نصلے بالتر نتیب اب و دب واد ب x وك وك وك ورب واب وك ہم عدد ب - او كو اوب كا ناب قرار دے سكتے ہيں كب- إ کی عددی قیت اس سبت کو تغییر کئی ہے جو اوب مطلق طول کو اکائی طول تینی دیگ کے طول کے ب- ال ی علامت خط ارب کی الروك ايك الج موب = ٥ اور إ = ٢ تو ار ب سائیج کے مساوی مہو گا اور ب اور کے وائیں جانب واقع بوگار اگرب = - ۵، او = - ۷ تو ارب س انج لبا ہوگا اور چونکہ ۔ ۵ + ۲ منفی ہے اس لئے ب کو سے

بائیں جانب واقع ہوگا۔ اِکائی قدم وک کو عام طور پر محزون بی بی بی ب سی مورد کا ب سے طول کو صرف ب ۔ اور کا ماجا آئے کردیا جاتا ہے اور الا ب سے طول کو صرف ب ۔ اور کا ماجا آئے یہ حملہ اکثر استعال ہوتا ہے کہ ایک مقدار دوسری مقدار سے جبریہ طور پر بڑا اسوفت ہوتا ہے جبکہ ب ۔ او شبت ہو لَكَ عب براس جبرية طور يربرا مو توب اوك والیس جانب واقع ہو گا۔ اسی طرح سے حب ب جبر ہوا الم سے محصولًا مو تو ب ال ك بائي جانب والله مو و همیں ایک نہایت اُسان اور کار آمد ربط عاصل ہو له کوئی عدد ب جبرہ طور پر عدد ال سے بڑا ہوتا فصلہ ب والا نقطہ فصلہ الم والے نقبطہ سے دالمی واقع ہو اور محمولاً ہوتا ہے جبکہ کید نقطہ بائس جانب واقع ا ہو۔ اس جلہ کی سجائے کہ "وہ نقطہ حیں کا فصلہ او ہے، انتعال کیا جائے تو یہ زیادہ مختصر مہو گا ور ولیے ہی سفہوم کو ادا کرتے گا۔ شق ا۔ ذیل سی صورتوں میں قدم ارب کی قیمت بحاظ مقدار اور علامت معلوم كرو-T= + T-= 16 = - مشوق ٢- ثابت كروكه لأب سے وسطى نقطه كا فصله الرابب) مشق ١٠ اگر ال ك و ن ب ح ك ١١ تو ثابت كروكه ك كا فعله (الم +ك ب)/(ك + ١) ہے -اكرك كانصد لا موتوارن علادارك بعبدلا اورلادام عكربدلا) ك كى علاست معلوم كرو جبكه (١) ن نقاط أل ب ك درميان وأفع ميو (٧) جبكه ك ، إلى أورب سے اندر واقع نه مور ٧ ۔ محددوں سے محور۔ فرض کردکہ لاولا عما و ما د شکل ۱۷) دو غیر محدود خطوط نستقیم بی به ایک دو سرے پر عمود وار بی اور ن ان خطوط کی شطح مستوی میں کوئی يواتك سے ن م ان ل بالترتيب كالا اور ماما برعمود کھینی ۔ جب ن علی مقام معلوم ہوتو ہم قدموں وم ' دل کو بور طور برمنعین کرسکتے ہیں اور برمکس اس سے ارقدم وم ول رئ مہوئے مہوں تو نقطہ ن کا مقام بورے طور سکتا ہے کیونکہ یہ عمو دول ص ن اورال ن کا نقطہ تقاطع فرض کرو کہ سمت کا لا کے لئے اکائی قدم درک ہے اور کے گئے اکائی قدم وگ ہے انٹیر فی اِلحال یہ یو که بیه دو نون قدم طول می مساوی بربار مان لوکه بیه ن) قدم وم یا اسلا ساوی قدم ل ن مثبت نیال نی کا جبکه ن منا ما کے دائیں طرف ورقع ہو اور قبی ہوگا اگر ن مما ھا کے بائیں جانب واقع ہو۔ اس طرح قدم ول اوی قدم م ن مثبت نصور نما جائيگا جبكه ن بهري کے اور واقع مہو اور منفی مہو گا اگر ن ، کا کا کے نیچے ہو۔ ظاہر ہے کہ حس سمت کو ہم جاہی مثبت تفور کرستے ہیں ن او وقیکہ اس کے برعکس با لقریج نہ بیان کیا گیا ہوہم یہ مان کے کہ بائیں طرب سے وائیل طرف کی اور نیمے سے اوپر کی بت بر انزوم اورم ن کا مرف کما فاطول



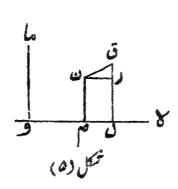
مقابلہ کیا جا کے گا کیونکہ ہم صرف اُنہی قدموں کا باہم مفابلہ کرسکتے ہیں جو ایک ہی خط متقیم یا متوازی خطوط متقیم پر واقع ہوں۔
صربحاً قدموں سے باہمی مقابلہ سے متعلق جو مسلے نابت سکے گئے ہیں وہ ورست رہتے ہیں خواہ یہ قدم کسی خط متقیم پر لئے جامیٰ اُلکین اوپر ہم نے اب سک قدموں سے مساوی سہونے یا ان سے مجموعہ یا فرق سے متعلق کوئی تعربیت یا مسللہ بیان نہیں سیا تا وقت کہ قدم ایک ہی خط متقیم یا متوانی خطوط متقیم یا دون کے دون ک

وم = ل ن = الر x و ل = م ن = ب x و اله عددوں الم ب كو الجاظ محاور آلا لا عاصا كے نقطه ن كے محدد كہتے ہيں اور ب كو معين اور ك كو اختصاراً "نقطه (ار كون كا نصله كہتے ہيں اور ب كو معين اور ك كو اختصاراً "نقطه (ار كوب) سے موسوم كرتے ہيں كسى نقطه كو اس طرز بر نامزدكر خاميں اسكے نصله كو محدشه بيلے اللتے ہيں اور معين كو بعد ميں - يہاں محورعلی لقوائم میں اور تا و فتك اس كے خلات تقریح نه كی می موروں كو محدوں كا مبدا كہتے ہيں اور محدوں كا مبدا كہتے ہيں اور محدوں كا مبدا كہتے ہيں اور

اس کے محدو (۰٬۰) ہیں موروں سے سطح مستوی چار ربیوں میں تقبیم ہوجاتی ہے بہلا
ربع وہ ہے جس کے خطوط حائط ولا کو دھا ہیں کو دوسرے کے وہا اور جو تھے کے وہا کو ایکا ولا محدود
ولا ہیں تم تیسرے کے ولا کو دہا اور جو تھے کے وہا کو ایکا ولا محدود
کی علامتوں سو دیکینے سے معلوم ہوجاتا ہے کہ نقطہ کو نسے ربع میں
واقع ہے کہ بیلے ربع لا وہا میں علامتیں (بہلی ہمیشہ نصلے کی علات
ہوتی ہے کہ بہرتی ہیں کو دوسرے ہیں ۔ کہ تبسرے ہیں۔ کہ موت میں اور کی میں کا دوسرے میں ۔ کہ تبسرے ہیں۔ کے دوسرے میں ۔ کہ تبسرے ہیں۔ کہ موت میں اور کی کی کا دوسرے میں ۔ کہ تبسرے ہیں۔ کہ موت میں دوسرے میں ۔ کہ تبسرے ہیں۔ کہ موت میں اور کی کی کا دو اور کی کی دوسرے میں ۔ کہ کا دوسرے میں ۔ کہ کی موت میں دوسرے ہیں۔ کہ موت میں دوسرے میں ۔ کہ کا دوسرے میں ۔ کہ کی دوسرے میں ۔ کہ کہ کی دوسرے میں ۔ کہ کی دوسرے میں دوسرے اور چو تھے میں + ک۔ ایسے کا غذ جن پر منساوی الفصل منوازی خطوط سے دوعلی القویم ایسے کا غذ جن پر منساوی الفصل منوازی خطوط سے دوعلی القویم نظام تھنے ہونے ہی بازار سے باسانی خریدے طابعتے ہیں - الن کا ندوں کو مربع دار کا غذ کہتے ہیں- ان پر نفظے مرتسم کرنے میں بہت آسانی موثی ہے۔

فنکل (م)میں محاور کا کا 'ماما کے کاظ سے چند نقطے تے وکھا کے گئے ہیں کیار نقاط او ب ، ج ، د میں سے تقطه دولوں محوروں سے اکائی فاصلہ بید ہے لکین این میں ب ہی رہع میں واقع نہیں موتے کیونکہ لحاظ سے ایک دوسرے سے بالکل ساوی نہیں موسکتے۔ نقطہ ع ، محور کا کا بر وافع ہے ، اس لئے اس کا معین مرب اس کا معین ما ما مع ہے۔ ونکہ وک تدرے خفی خطوں سے ذریعیہ دس مساوی حصو م ب اس نے این حصوب میں سے ہرایک حصہ ای ے ۔ اس کے اس مسم سے مسی طول مثلاً ۱۲ دائے۔ م مرنا نایت آسان ہے۔ اسی طرح - ۱۲ ، - بالا ترتیب ۔ انہ وا ، ۔ ۱۷ و سے تعبیر ہو سکتے ہیں جہاں اعشاریہ سرے مقام کا ہندسہ محض اندازا کنجیر ہو سکتا ہے ۔ نبق ا۔ ذیل سے نقطوں کو مرشم کرو:۔ (160)(-1-)(-1)(-1)(-m-1)(r-1m-)(-1-m-)(r-1) (P)-" FI-)"(FI(FI)"(F-') مشق ۲ ۔ اس نقطہ کا طربیٰ کیا ہو گا جس کا فصلہ بالترتیب دا، ۲ ' دیں ۔ ۲ ' (۳) ، ۲ دم) او ہے ' نیز اس نقطہ کا طربی بتاؤ حب سنے معین نہی ہیں۔ مشق سو۔ دو نقطوں ن اور ق کو ایک خطے متنقیم سے محافط سے مشاکل اس وقت کہتے ہی، حبکبہ یہ خط مشقیم ک اورق سے مشاکل اس وقت کہتے ہی، حبکبہ یہ خط مشقیم ک اورق

کے ملانے والے خط کی تنفیف کرے اور اس پر عمود ہو۔ نیز دو نقط ن اور ت ایک نقطه و کے لحاظ سے متاکل كهلائت بر جبكه و خط ن ق كا وسطى نقطه مو-الر ك نقط (اي ب) موتو دكاؤك در) نقطه (الزب بالمحاظ خط كالاك ن كالمناكل عد (م) نقطه (- او ب) لمحاظ خط مما صاك ن كا مشاكل .. رس نقف (والروب) بلحاظ مبذوع ن كاتفاكل في نقطہ آن خط ارب کو نتبت کے : ۱ سے تقبیم سمرے تو دفعہ مثق سے موافق نابت کروکہ نقطہ ن کے محدو ا+ک ا+ک ا + د ا + د ک ک ک علامت کی بوگ جیکه (۱) ن تقاط او اور ب کے درمیا والع مو اور رم) ب تقاط أو اور ب مع درميان واقع نه مور ونقطون كأ درمياني فأصله شكى د ين فرض كروكه نقطه ك (لا ، م) ع اور ق ورکا کا برعمور نفینی نیز کا کا کے متوازی خطان ل مینی جول ق (یال ق مدووہ) سے لربر مے م ت اور ق کے اضافی مقامات خواد کھے ہی جوں ن راور رق کے ناب ہے حالت میں یہ ہوں گے ۔ ت رهم ل = لا الإ ، رق = ا م ا بخاط مطلق طول كي مبوجي أعيدس م التف عهم دق ۽ دڙ رق



اب لإ- لا اور ول - ولى علامتيں خواہ کجہہ ہی ہوں منبت جوں يا منفی ان عددوں كے مربع بالترتيب ن له اور له ق بركے مربعوں ميں مربع اكائيوں كى تعداد كو تعبير كرينگے - لہذا

ن ف ع (لا - لا) + (الم - الم) الد اس لئے ت ف كا طول

=\(\left(\frac{14}{4}\right) + \left(\frac{14}{4}\right)\right)

جہاں جذر کی علامت مثبت لینی چاہئے۔
اُڑ تی 'ویفی مبدأ پر سطبق ہو جائے تو لا ' کی دو نوں صفر

ہوں گے اور دی کا طول ہا \ \ + با کے ساوی ہوگا۔

ین اور تی کے مختلف مقامات سے لئے طالب علم اوپر سے

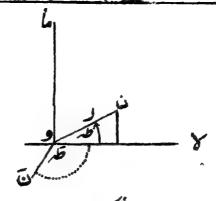
ین اور تی کے مختلف مقامات سے لئے طالب علم اوپر سے

نیجه کی تصدیق کرے ۔ مشق ا۔ نقاط (۴٬۷) (۴٬۹) کا درمیانی فاصلہ معلوم کوم

جكم اكالى طول ايك، أي كے ساوى مو-فرض کرو کہ فاصلہ مطلوبہ نہ ایج ہے ، تب w= (4-4)+(9-4)=) 45.AP = We = JA ف الله ویل میں نقطول سے جو زوج و کے سطح ہیں اُن کے دمياني فاصلے معلوم كرو اور جرصورت بي نقطول كو مرتشم كرو-ا ا (ا^کا) ۲ (سولم م) ا سرد (- اکم) کر دیم م) (r'r) (111-)-r (4-14-1-) ٥- (٣ - ٣) (- ٣) (- ٣) (٥) (١) K-1-7K-71-7=. **طبی محدو۔ نقط ن کا مقام صری متعین مو جا آے اُڑ** کے دو ایزا معلوم مول ' (۱) وہ زاویہ جو و ن ایک

۸۔ قطبی می و۔ نقط ن کا مقام صری متعین ہو جا اب اُلہ ذیل کے دو اجزا معلوم موں (۱) دو زادیہ جو و ن ابک فات خطرون ایت خط مسقیم و الا سے ساتھ بنانا ہے اُلم کا طول ۔ بناں ہم انفظ زادیہ سے انفظ نواز داد کے موافق ہم نیم قطر جا کا جا ہے۔ علم مثلث کی معمولی قرار داد کے موافق ہم نیم قطر و ن کو ہمیشہ مثبت تصور کرنگے اور شائس زادیہ سے جو و ن خط و کا کی مثبرت سمت کے ساتھ بنانا ہے و و و زادی مطروبی کی مثبرت سمت کے ساتھ بنانا ہے و و او کے موافق کو کا بر (وکا بر زادی بر میں میں سے ایک خط جو اتبداءً و کا بر (وکا بر نیم بین میں میں ایک خط جو اتبداءً و کا بر (وکا بر نیم بین) مطبق بو محموم کر ن پر بنتی ہے۔ زاد نے کو مغبت اس صورت میں کہتے ہیں جبہ حرکت تمالات سمت ساعت مور

اگرون بین طول کی له اکائیان شامل بون اورداوید اور ت بین طہ درجے یا نیم قطری ہوں (بموجب اس سے کرستنی یا توسی بیانہ افتیار کیا جائے) تو دو عردوں لے طرکو نقطہ ک سے قطبی عدو کہتے ہیں اور نقطہ ن کو (لر طبہ) لکتے ہیں اسی طرح ت نقطه (آرا طمه) ب جهاب طه منفی ب فائم محددوں سیے معمونی نظام میں وکا کو مخالف ساعت او میں سے کھانا بڑا ہے تاکہ یہ و ما پر منطبق ہوجا جو محور جا کی منبت سمت ہے اس کیا ط سے ہم دیکھتے ہیں کیہ ن سے قطبی محدد (ل ط) اس سے قائم محددوں (لا ك ما) کے ساتھ ان مساواتوں مے ذریعہ مراوط ہیں۔ لاہ لے مرحم طد کا اور کرنے طد ان مساواتوں کو لا طد ملے لئے مل کرنے سے ال=+ (الأ+ مأ) اور مسس طه= مط یہ بات قابل غور ہے کہ مس طرکی قیمت سے زاویہ طرکی بورے طور پر تعیین نہیں ہوسکتی کیو کہ اگر مسس طہ متبت ہو تو ی ربع اول میں بھی مرو سکتا ہے اور ربع سوم میں بھی اور اگرطہ منفی ہو نو ممکن ہے کہ ن ربع دوم من مردیا جہارم میں' اس امرکی تھیق کرنیکے نئے ہیں لا اور ماکی یا جم طہ اور جب طہ ک علامتوں کو دمھنا جا ہے۔ عام طور پر اس میں سہولت ہوگی کہ طہ کی قمیس۔۱۸۰ اور ۱۸۰+ اس کے درمیان کی جائیں "اکہ محور کا کا سے اوپر جتنے نقطے ہیں اِن سب سے کئے زاویہ طہ مثبت قرار ویا جاسکے اور ينيح کے نقطوں سے لئے شفی ۔



شق ا - اگر نقطی ن (-۳،۳) مو تواس سے تطبی محدد

15 mmm-= 17 = 0 0 0 = 17 + 9/, =)

اللي طر = ۱۲۷ م

چونکہ طدمنفی ہے اس سے طد ووسرے ربع میں واقع ہے یا چو تھے میں کین لا (یا جم طر) نفی ہے اس نے طر وورے

بع بیں ہے۔ شوق ہو۔ اگر ن نقطہ (مورس) ہو تو نمابت کروکہ اس کے قطبی

۵'-۳۵'۸) ژب -لغیتر اسک ل - فض کردکه ایک خط متنقیم بیر(مان لو لغیتر اسک ل - فض کردکه ایک خط متنقیم بیر(مان لو

آ بر) ایک نابت نقطہ الر ہے اور ایک نقطہ ن مقا ہو کر محور پر با تدریج وائیں طرف حرکت کریا ہے یہانتک

مرسم کرنا ہے آیک شنگل مقدار کی بہندین ا میں کوئی توڑ یا شکت کی نہیں ۔ جیسے ن حرک سے ب یک بہنچا ہے تو قدم او ن بانشاس بڑ۔

نقطہ ن کی حرکت کے دوران لنے والا عدد یا

بد اس صورت میں اوالی اور صور توں میں قدم اون کا ناب ہی صرف خاص اسمیت بھتا کے اسطرح او ف ا کر ہم دوسن میں استعمال کرتے ہیں قدم اور قدم سے اید وولوں کے لئے اور ہندی مشال میں اکتراپ اس میں جا ایم لکین ایس کرنے سے کو فرا النساس سرا کہیں موتا کا تفاعل

صفر ضرور ہوئی۔

الے مقداروں کی مندسی تعییر۔ کسی تعداد ارکے ناپ لا سے
وہ نیت داد ہے جو اس مقداد کو اسی قشیم کی ایک اور مقداد ک سے
مائٹہ مو حکو اکائی تشکیم کرلیا جائے۔ پیس اگر کسی تحور بر اکائی قدم و کی
لیا جائے جو اکائی مقداد ک کو تعییر کرے تو قدم و م (جہال و م ساو
سے لا یہ و ک سے مقداد او کو تعییر کرے گا۔ اس طرح سے
کسی خاص قسم کی مقدادوں اور محود بر کے نقطوں سے درمیان ایک
طرح کا تناظر قائم موجانا ہے جس کی دوسے نقطہ ا اکائی مقداد ک کا

نی علم مہندسہ اور طبیعیات میں جن مقادیر کے متعلق تجف ہوتی ہے مثلاً خط کم زاوئے کر فقاریں کو نوبیں وغیرہ وہ اکثر افقات سمنی مقادیر تصور کی جاتی ہیں جب ایسا ہو تو ان سے ناپ سٹبٹ اور سفی وولوں ہو سکتے ہیں ۔ جب ناپ سفی ہوں تو ان مقداروں سے جو نقطے تعبیر موں سے وہ وسنے اس طرف واقع نہیں مہوں گے جس طون کی واقع موتا ہے کیکہ اس می فالف سمت میں واقع ہوں گے

ظاہر ہے کہ کوئی متغیر مقدار ک ایک متغیر حصہ و ک سے تبیر ہوگی اور جب مقدار بالشکسک بدمے تو نقطہ محدر کا ایک سلسل جصہ رشیر کرے گا۔

مرت سرے گا۔ عضر ہوتا ہے کولول کلامی سے بینے کی خاطر ہم اس تعم کے جلے استعال کرنگے عضر ہوتا ہے کولول کلامی سے بینے کی خاطر ہم اس تعم کے جلے استعال کرنگے مثلاً فرقار دیم اوراسکے بیعنی جھینگے" ایک رفقار جس کا ناپ رفقار کی و اکا کیوں سے مساوی ہے "لکین جم صورت میں اس امرکی احتیاط جائے کہ جو اکا کیاں استعال کی گئی ہیں ان سے متعلق کوئی اشتیاہ نہ بیدا ہو۔ کہ جو اکا کیاں استعال کی گئی ہیں ان سے متعلق کوئی اشتیاہ نہ بیدا ہو۔ 11۔ تفاعل ۔ "ابع دور منٹوع منغیر۔ سمی سوال یا مسئلہیں

جرمتهارین استعال کی جاتی ہیں وہ بالعموم دو فتھ کی ہوتی ہیں:-اول وہ جن کی تیبت دوران سجت میل وہی رہتی سے اور دوسرے وہ جو مختلف تیمتیں اختیار کرتی ہیں جہتی قشم کی مقداروں کو منتقل اور دوسری فشم کی مقداروں کو متنفیر اینے ہیں۔ رواجاً مستقل مقدار حرون للا ا ا مى وغيره سے تعبر كيا ماما ہے۔ يركو الا سے يا سى مشقل كو ي وغيره منغیرکو اے یا سی نے میں کوئی کا ص سہولت ہو تو آمیا کرنے میں کوئی ام ہم بہلے صرف دو متغیروں والی صورت پر سحبت کریں گئے مام مُعْظُ كُهُ الرَّايِكُ شَغِيرٌ كُو سلسله وارسَى ترميِّين دى جائم تو مرامیی قیت سے جواب میں دوسرے متغیر کی ایک خاص قیمت حاصل موگی- اس صور میں دوستر شغیر کو پہلے متغیر کا تفاعل کینا یا کسے بوں بیان کرتے ہیں کہ وور متبوع کی سجائے نفظ و کھ یا دلیل استعال ورُث میں تابع شغیر کو اس سی وجہ کا تفاعل کینیا وی مو او فامرے کر ایسے مثلث کا رقبہ اسلے قاعدہ کا تفاعل ہے۔ اسی طرح سے اگر ایک ریل گاڑی کیاں ار سے مچھ فاصلہ طے کرے تو فاصلہ وقت کا نعاش موہ ملک کہ مخاری اسی رفعار سے طبعی رہے، اسی طرح ایک مقارہ ملک کہ مخاری اسی رفعار سے طبعی رہے، اسی طرح ایک مقارہ تَبْشُ بِرُكُسِ كُنْ مِن مُعلومه مقداركا دباؤ السِيخ مجم كا تفاعل موگا -إن مُنالوں مِن منبوع منفير قاعده ، وقت اور حجم بريا اور تابع منفيريا تفاعل

صلہ اور دباؤ ہیں ۔ مرمض سہولت پر منی ہے کہ ان دومتغیروں میں سے کس مرمض سہولت پر منی ہے کہ ان دومتغیروں میں معلوم کرنا زل گاڑی خاص خاص اسٹیشوں پر سے سمن ے پر گذری تو اُس صورت میں فاصلہ کو متبوع یا ده مهول اور سوائ امک ونی انتیاری محدود قیمتیں دی جانیں کو بدخمان اُسَ اکیب شغیر کی قیمت متعین ہو جائے' اس صورت ہ غیر کو باقی متغیروں کا تفاعل یا نابع کہتے ہیں اور باقی متغیر موال زریہ حجت منتوع کہلاتے ہیں ۔ مثلاً کس شکت کا رقبہ اس کے قاعدہ اور ارتفاع کا تفامل موما ہے جبکہ قاعدہ اور ارتفاع دولوں برلیں نیر گیس کی کسی خاص مقیدار کا دباہ اس کے حجم اور نیس کا تفاعل مو نا ہے جبکہ جُلُد لا کی ہرایک قیمت سے جواب میں ماکی ایک اورمین قیمت مورد نیزایک شغیر ماکو دویا زیاده متغیرون ای این به جاید متغیرون کی قیمنوں کے ہرجٹ سے جواب میں مائی ایک اگر چیر یہ نہایت ضروری ہے کہ تفاعلی انحصار کے اس ینہ ذہن میں رکھا جائے اہم یہ عام طور بر مان لیا جائے گاکہ ل کی تعیین ایک مساوات کے ذریعہ یوتی ہے(دفعات ۱۷) ۲۲ ، ۵ ، ۲۸) اور تفاعل کو ترسیم سے ذریعہ تعبیر کر سکتے ہیں ۔ غروض میں یہ امور مضمریں (۱)جب دلیل با وجہ دفعہ ہے مطابی منسل طور پر کو سے ب عمل برکتی ہے تو تفالا ریر د فرض کروکہ فر سے ب سک بدت ہے اور (۲) ٹ سی باتیں شامل ہیں گئین اس منٹرل پیر ب علم كو جا شيخ كه ان خالص نظرى مشكلات في طرف اتنا مہو اور انکے باب کی ترسیی مشقوں کو خود حل کرنے ہے نبیرادر نفاعلی انحصار سے اساسی اصولوں مکو پورے طور پر مجینے گ - جانیج اورازانش سے معلم موگا که سوالے وجه کی خاص خا سے لئے بے معنی موجاتا ہے۔انسی قیمنوں سے لئے نفاعل غیر معین كهلاً ي- شالًا تفاعل (الأول) سواك قيت اكب ك باتی لا کی سب قیمتوں کے لئے ایک خاص اور معین قیمت رکھا ہے اور جب کا = ا توجلہ صفی کی شکل اختیار کرا ہے جیکے مطلق کولی

معنی نہیں۔ ہم شار کندہ اور نسب نما دونوں کو لا۔ ا برتقسیم کرنے سے اس مشکل سے نہیں کچ سکتے کیونکہ لا۔ ا بر تقییم کرتے میں ہم یہ نشیم کرینتے میں کہ لا۔ ا صفرنہیں ہے۔ یادر کے کہ جبرومقابلہ سے اساسی اصولوں کی روسے ہم کسی جلد کو صفر پر نقیم نہیں کرسکتے ۔

اسی طرح نفاعل \ا - لا کی تعیین لا کی صرف الن فیننون سے نئے ہوتی ہے جو تعداداً ایک سے مساوی یا ایک سے مہو اس صورت بیں ہم کہد سکتے ہم کہ تفاعل متبوع کی صرف اس فیمتوں سے لئے معین قیمت رکھا ہے جو سعت - اور

ہ ہیں درسیاں ہوں ریکوں سریں ؟ تفاعل سے متعلق استدلال کرنے وقت اس امرکو ہمیشہ ملحوظ اکھا جائے گا کہ متبوع کی صرف وہ قیمتیں زمیر سحیث ہیں جن کے در میں میں تناعل سے معدر فیمتیں درمیاں مدر کی جس تعلی منا

جواب میں تھا مل کی سیاں بھیں عامل ہوں ہیں یہی سیطے کئے تفاعل کی فیتیں ٹھیک طور بر معین ہوسکتی ہیں-'تفاعلون کے گئے تر فیم ۔ کسی شغیر سے تفاعل کو تعبیر کرنے کا عام طریقہ یہ ہے کہ شغیر کو خلوطِ وحدانی سے اندر لکھا ' اسس سے قبل کوئی حرف علامت لکھ دیا جا کے۔ مٹیلاً ف (لا)' فا (لا)' فعد لا) وغیرہ لا سے تفاعلوں

مشلاً ف (لا) فا (لا) فعد (لا) وغيره لا سے تفاعلوا كو تغيير كتے ہيں۔ اس ميں علامات ف ، فا ، فعد دغيره تفاعل علامات بيں ، فا ، فعد دغيره تفاعل علامات بيں اور ضارب اجزا نہيں ہيں ، بيس علامت ف (لا) كو ايك ساتھ لينا جائے ، اس سے و لا كاكو كي تفاعل مراد ہوگا اور بيساتھ كى عبارت يا بيان سے معلوم موگا كه كون سانا تفاعل متصور ہے۔ مختلف تفاعلوں كے لئے جن سے ايك تفاعل ميں كام لينا بيرے صرعیا محتلف تعبيرى علاستيں استعال ہي عمل ميں كام لينا بيرے صرعیا محتلف تعبيرى علاستيں استعال

کرنی جاہئیں۔ ف (ال) سے مراد ہے تفاعل ف (الا) کی قیمت جبکہ لا کی قیمت او ہو" یا تفاعل ف دلا) کی قیمت جبکہ لا کی بجائے او لکھ دیا جائے۔

شلاً اگرف (لا) سے تفاعل لائے سولا۔ ا

تعير موتو

الرب المارد الما

ن (لا)= (لا) - الا- ا = لا - الا - ا

دویا زیادہ سغیروں سے تفاعلوں سے لئے میں میں طرز تعبیرانتیار اللہ اللہ کا اللہ کا کہ فار دور کھی کا فار کھی کا فار کھی کے تفاعل تعبیرا سے بالترتیب لا کا اور د ، ح اور للا کا کا کی سے تفاعل تعبیرا

ہونے ہیں۔

الرت (لا ع) = الا - الا م - ما + م

توت زا/-١)= ٣ + ١ - ١ +٣ = ٨

ف (الأب) = الأ- الوب - با + الم

حرون کو علامت (۱) کے ذریعہ ایک دوسرے سے الگ کردنیا کیا الکہ یہ معلوم ہوجائے کہ شغیر تعلاد میں دو یازیادہ ہیں اور تفاع کو دو یا زیادہ شغیروں سے حاصل ضرب سے تفاعل سے تینرکیا

جا سکے۔ مثلاً ف (لا ما) سے مراد وہ تفاعل ہے عبر کا مبتی لا اس مراد وہ تفاعل ہے عبر کا مبتی لا اس دی ہو

الداب ع توف (لاما) سادى ع الدما ب

سا ا - تصری ادر تضمنی تفاعل - حب ایک متغیر کسی دوسرے

تنفر کا تفاعل ہو تو بالعموم اس تعلق کو ایک ساوات کے ذریعہ بیان کرتے ہیں کالی متغیر کو اس کی وجد کا تصریحی تفاعل کہتے ہیں اگر تابع متغیر کو متبوع متغیر کی رقوم میں الگ کھولگر بیان کیا گیا ہو مثلاً مساواتوں ما یہ لا۔ ۲ لا۔ ۲ س = جم (ن طه -ع) / <= ج اء ن (١٧) س = فه (ت) ، د = فا رح) س ما اس و وغيره بالترتيب لا ات اح وغيره سے تصری نفاعل ہیں ۔ جب ساوات میں تابع شغیر کو متبوع متغیروں کی رقوم میں بالصامت نه بیان کیا گیا ہو تو تاہع کو متبوع کا تصنینی تفاعل المن الله مساوات اللاما+بلا+ج ما+د=. میں ما الا سے تضینی تفاعل سے طور پر معسلوم ہے۔ جب اس ساوات کو ما مے لئے لا کی رقوم میں مل کیا جائے تو 4= + VV+3 اب ما الا كا تصريحي تفاعل ب ١٢ - كئى قينتول والا تفاعل اور مقلوب تفاعل حب كوئى تفاعل امک مساوات سے وربعہ تضینی طور پر معلوم ہوتو بعض اوقات اليا اتفاق مومًا ب كه ايك يتغيرني ايك فيت مج جوابين ووسرے منفیر من ور یا زیادہ قیمیں موتی ہیں۔ تفاعل می جو تعریب وضه اا کمیں وی محتی ہے اش میں یہ متلیم کرلیا گیا ہے وج کی ایک قیمت کے جواب میں تفاعل کی صوف ایک ہی قیمت ہے اور تفاعل کے متعلق استدلال کرنے میں جمیں ہمیشہ ہی مانا چا ہئے کہ وج کی کئی ایک قیمت سے جواب میں تفاعل کی طفا ایک ہی تیمت سے جواب میں تفاعل واطلیت ایک ہی تفاعل واطلیت ہے ۔ مبلہ مساوات سے ایک منظر کی ایک قیمت سے جواب میں دورہ سرے منظر کی ایک سے ذیادہ قیمتیں عاصل ہوں تو ہمیں بالعموم یہ سمجہنا چا ہئے کہ مساوات ایک ایسے تفاعل سی تغیین کی جو دویا دو سے زیادہ تفاعلوں سے مرکب ہے جن میں سے مراکب وحیدالقیمت ہے ۔ اس قیم سے تفاعل کوئی قیمتوں والا می منظل اگر لاکا تفاعل ما ذیل کی مساوات سے متعین مو مشکل کئے ہیں۔ مثل اگر لاکا تفاعل ما ذیل کی مساوات سے متعین مو مثل کے ہیں۔

تو ما یہ لائے ہا کا الا - ا عبس سے ظاہر ہے کہ لاکی مرقبیت کے جاب میں ماکی دوقیتیں ہیں ' یس ما' لا کا دوقیتوں دالا تفاعل ہے ۔ دراصل میا دات بالا سے لا سے دو تفاعل حاصل ہوئے ہیں ' لینی

1-1211-11にも=はーリーレートレート

اِن مِن سِيم مِراِيكِ نَفاعل جِداكانه ايك قيمت والا تفاعل ہے اور لا کي مِرِف آُن قِيمتوں سے لئے اس تی تعبين موسکتی ہے جن کے لئے ۲ لا قبل ہے یا مساوی ہے ایک سے۔ لئے ۲ لا قبل ہے یا مساوی ہے ایک سے۔ ننه مساوات

لاً۔ ما ہر اے. سے اس امر کی تعیین ہوتی ہے کہ ما' لا کا ایک قیمت والا تفاعل کے ليكن لا ما كا دو متمتوں والا تفاعل بي يعنى

لاً الما- آ کے ساوی ہے یا - الما- آ کے

جب تفاعلوں کی ترسی تعبیر بر غور کیا جائے گا تو معلوم موکا کہ یہ خملفِ تفاعیل ایک ہی تغنی سے خملف حصوں کو تعبیر کرتے ہی

(مُثلاً وتكيمو دفعه ٢٠)

ہم نے دلیعا ہے کہ مساوات لا ۔ ما + آ ۔ کے مہ صرف ما مجبور لا کیے تفاعل کسے ستعین موما ہے ملکہ لا سبی تطبور ماسمے تفاعل سرید ہے۔

کے متعین ہوجاتا ہے۔ زیادہ عام طور پر جہاں مساوات مانے ف(لا) سے مائولا سے نتیرسمی تفاعل سے طور پر دیا ہوا ہے وہاں لا'ما سے اور نہ مان مار سے مار کا میں میں میں میں میں میں میں ایکا مار

سے تضینی تفاعل سے طور پر تھی شعین نہو سکتا ہے۔ جب دو تفال اس طرح ایک ہی مساوات سے متعین ہوں نو وہ ایک ووسرے

کے تعانو سے متفلوب مہلاتے ہیں۔

مثلاً أكريم ساوات ما = للم كو لا كے لئے حل كري تو اس سے عاصل ہوتا ہے لا = الله مال ماس طرح اس ساوات سے دو

عامل ہونا ہے لا ھا کا مسلم عرب اس مساورت سے وو تفاعلوں کی تعیین بہونی ہے جو ایک وو سرے سے مفلوب ہیں

تفاعلوں کی تعیین تہوئی ہے جو ایک دو سرے نے مقلوب ہیں یعنی مکعب اور جذرالکعب ۔

یسی معت اور حدراللعب ۔ ریافتی کی انگریزی کتابوں میں جو تفاعل علامت ف سے تعبیر موتا ہے اس کے مقلوب کو بالعموم علامت ' فت! ' سے تعبیہ کا متر این کرنے ۔

لا = ف الرما) حبكه ما دن (لا) فاب علم زاولول كى صورت مين اس فتم كى ترقيم سے واقف موكا-

ہم جانتے ہیں کرجب الم سے واد جب م اس کے بلکہ (ماص صدود

کے اندر) وہ زاویہ مراد ہے جس کی جیب ما ہو کیس جس طرح سے واقف ہیں اسی کی مٹیا ہوت ف ف الرما على الما ما الما مَثْلًا مَا وَقَيْكُم أُواوِيه كَ مَقْدَار سِي مَتَعَلَق كُوني شَرَائِط نَهُ عَالُم عَيْ عالمیں جب الاسے وہ لااتہا زادے مراد موسکتے ہیں۔ رجن کا جیب لا ہو۔ یس ایسی صورت میں قیمت کی شخصیہ کے لئے ضروری ہے کہ تغیری سعت پر کھی قید لگائی جائے مثلاً جب الا میں زاویہ ندکورہ کو - سے اور + سے (میمول طرفین) کے درمیانی زاوبوں کے لئے محدود کردیا جاسکتا ہے ، الياتممن سے جب الله ابک قيمت والا تفاعل ہوجا الله على معلومات كے لئے ويكھو وفعات ٢٥ ٢٤ ٢٥ -

إِرُفُ (لاِ) = لدُّ-لا+ اتَّو ف (٠) من (١) ن (-١) کی قیمتیں معلوم گرد اور نایت کرد کہ

ن (لا+ ص) = ن (لا) + (المرا) م+ الاص + ص ٢- إكرت (لا) = لا - لا - ١ توت (الله ب) يه موكا ـ ٣- أكن (لا)= لا- ٥لا+ اتون (لا) نن (لا) ن روبلا)

كى قىمت ككونيزن (جب 🖚)كى قىمت معلوم كرد-الله الكرف والا) يول الا تو تابت كروك ن (لام) عن (لا) بدن رما كن (الم) عن (لا) عن رما) ۵- اگرف راله) يدارلاند ب إلى به بالاند در تونايت كروك ف رالا) = د رالا) اگرف (-لا) = د رلا) تو فارلا) بر الرف (لا) = ولا + ب له +ج لا بدلا تو ثابت (-لا) = - ف (لا) الري (- لا) = - ف (لا) ف (للا) كو اس كى وحد كا طاق تفاعل كت بي -ے۔ نابت کروکہ جب لا ، تم لا ، مسل لا ، مم لا سب کے سیب لا سے طاق نفاعل ہیں اور جم لا ، فط لا سب لا ٨- وكماؤكم ولا - ولا على عنت تفاعل ب ٩- اگرت (لا'ما)= آولائه ب لاماه ج تو این تفاعلوں ت (ما کلا) ت (لا الا كث رما ما) كى تيتىن لكم ١٠- اكر ما = ف (لا) = لا + ٢ نو نابت كروكه ف (ما) = علا + وا اا- ار ما = ن (لا) = الركام بن تو تابت كروكم لا = ن (ما) ١٢- أكر ف (لا كما) ولا له ما تو نايت كروكه ف (جم طر حب طر) يجم الم اور دن (قط طه، مسس طر) = ا

باب ووم ترسین منطق نفاعل

10- احصاء کا مقصد - ترسیات - عام ترین انفاظ میں ہم
کہ سکتے ہیں کہ اصابی غایت مسلسل طور پر بڑہنے والے تفاعلوں کی
تبدیلیوں کا مطالعہ ہے ۔ یہ معلوم کرنا کہ کوئی نفاعل وجہ یا متبوع
کی کسی خاص قیست کے لئے کس مشمر سے سے بدلنا ہے اصابی
تفرقات سے متعلق ہے اور اس کا عکس یعنی یہ وریافت محرنا کہ
متبوع کی کسی مخصوص تبدیلی سے لئے تفاعل ہیں کس قدر تبدیلی
وافع موتی ہے جبکہ تفاعل کی تبدیلی کی نثرے معلوم ہو احصائے
ماکملات سے تعلق رکھنا ہے ۔
این امور کا مطالعہ کرسٹے سے لئے تفاعل کی ترسمی تعبر سے
این امور کا مطالعہ کرسٹے سے لئے تفاعل کی ترسمی تعبر سے

لا کی ترسیم کافی صله نابت ہو گا۔ جب وہ احصائے تفرفات میں تھ ر عاصل مرایکا تو اسے ان پریشان کن حسابات ۱۱ من المرائی ترسیم - علم سندسه اورطبیعیات میں سمیں اکثر اوقات
ایسے تفا علوں سے سابقہ لڑا ہے جو مساوات ما یہ ج لا سے تعبیر
موتے ہیں جہاں ج ستقل ہے ، مثلاً وائرہ کا رقبہ ایسے براتا ہے
جیسے دیکے تصف قطر کا مربع ، وہ فاصلہ جو ایک کرنے والا جسم
مالت سکون سے طے کرتا ہے ، حبکہ ہواکی فراحمت کو نظر انداز كيا جائد؛ ايسے بدلنا ب جيئے كرنے كے وقت كا مربع ؛ ايك خاص وقت میں برقی رؤسے جو ترارت بیدا ہوتی ہے وہ ایسے برکشی ہے یں کہ حبب ان کو جبریہ طور پر بیان کیا جائے تو ان سے اور شکل کی مساوات بیدا ہوتی ہے جہاں لا ایک قشم کی مقدار رکا نیوں کی نفداد شقہ تعبیر کرتا ہے ' اللّا فنون کی تعداد' سکندو تقداد اور امیمرول کی تعداد اور ما دوسری قسم کی مقدار کی اکا مُیوں کی تعداد تکو تعبیر کرتا ہے مثلاً مربع مُعُوں کی تعدادا فطوں کی تغداد ٔ یا ارگوں کی تعداد (یا حرارت کی دیگر اکا ٹیول کی جلا عروج متقل آئے انتی جب الا براتا ہے تو یہ نہیں براتا ۔ مُر مخلف سوالوں میں اس منتقل کی فیبت وہی نہیں موثی مثلاً دارُہ سے رقبہ سے لئے ج = ١١ ، گرتے موفی جسم سے لئے ج= وہروں میں میں سے اساع مجاذبہ ارض ہے۔ برقی روکے لئے ج کی قبر لیے ج بہاں ج اساع مجاذبہ ارض ہے۔ برقی روکے لئے ج کی قبر مزاحمت اور حرادت کی اکائیوں پر موقوت ہوتی ہے۔

The state of the control of the state of the	. *
الدرائي وول كروك مع يها أعلم معورت اس س	أساقي .
لتی ہے۔ دوعلی القوام فحور لا لا رحماما لو (شقل عماور	
بر اکانی جے وک وک مقدر کرو کا کوسلسا وار	المامر محتمد والم
وو اور سنوات ما پہلے کا کئی متناظر فیمتیں سام	المورية مستدل
طرح جمیں لا کی ہر قیمت اور ما کی متباظر قبیت	
، لكي رُدن عال موقع بي اور مر رُون كو نقشه عي سطح	تندوول س
نظم کے مجدو مال کر ایک ندائم فرشم ہو سکیا ہے جبکم	
، كو نقطه مُكِوره كا فصله اور ماكي سَنْ الطر قيمت كومعيّن	ل کی قامیت
الركة في قيمين عدول كا الك كفتا موايا بزمتا	
والراقة في تدليل خلافول عا إلك حصل الواتي الركت	العايات المستاد
نبائیں اور نیز اگر دو منتسل قیمتیس ایک دوسرے سے	المحوا سياسيل
بهول تومعلوم مو گاگر نقشه میں جو نشطی مرسم موت	فريب فرميب
ایک و دسرے سے کافی طور پر قریب ہیں۔ ان نقطول معنی آزادانہ طور بر کھینجا جائے ایس کو لا کا گراف یا رہے۔	يس وه سي
محنی ازا دانه طور بر گفینیا جائے ایش تو لا کا گراف یا	میں سے بھو
الموق * -	1
ں کی جدول مرتب کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔	*
	i
1514 Sp 654 6	لا
1541,1 200 200 201 -	1
	y
	L
ت میں سے مرایک کو ایک ایج سے سابی وض کو	ا وك الا
ليال كو مرتشم كرو (٥٠ م / ١ او) ١٠٠٠	ازر ان نق
اول کو مرتسم کرو (۵۰م) کر دار کا ۱۰۰) مین سیم گزرتواد د) (۱۰۰) کم مهر ۱۰) سیکر این نقطوں میں سیم گزرتواد	1611

ظام ہے کہ نقلوں کی سرن محدود تعدادی مرتبر موسی ہے۔ لیکن صاب لگانے سے ہم معسانم کر سکتے ہیں کر آ ایک خفیف سی تبدلی یا میں ایک خصف می تبدیل سیدا کراتی ہے۔ اس کے ہم یہ منجہ بجائے کے فہار ہو کہ لائمتی ایک ایسی

الیں کی گئی گئین جو (الاکی) دو اور قیمتوں سے درمیان واقع ہے جو استعال کی گئی آیں ایسی تبیت سے جواب ہی تبریع سے معنین کی جو قیمت عامل ہوں ہے وہ اس قیمت سے زیادہ ا معنین کی جو قیمت عامل ہوں ہے وہ اس قیمت سے زیادہ استعمادت ہیں ہوں

کرنے سے حاصل مو۔ جہال کہیں کمید انتہاء مواہ کی جیداں محمیان قریب قریب کے وقفوں پر مخسوب کی جاسکتی ہیں۔ حسالہ مدینے والمد تھا کہ تعریبات میں انتہا

جب لا بہتُ بڑا ہوتو ما اور بھی بڑا ہوتا ہے اور شکل بن نقطول کا فرنسم کرنا مامکن ہوجا کا ہے اس بمورت میں

عنی کی شکل کا اندازہ ذمین میں لگانا چائے یا اگر امیسی قیم لئے منی کی شکل کا تفیک طور بر معلوم شرنا ضروری مو تو اکا ' کے ' و لٹ کو صب ضرورت جھوٹا کینے سے ترسیم کی شکل معلی سکتی ہے ر ملاحظہ مو دفعہ ۱۹) ر ا- منحنی کی مساوات یہ تشاکل یہ مورکی ب ہم خالص بہندسی نقطہ نا ہے لائی سیم کا مطال را منی کی مساوات - سطح سیوی پرسم کوئی نقطہ لا ا وی مبور بالفاظ وگرکسی نفطه تے يه مسأوات اس قانون توتعبيراتي بي حيد موافق انني كومرتسم كميا كما تعادان مساوات كوعام طور برمخى كى ساوات كيت بي أورمحى كو كس تغبير مون والامنى " كت بي - سي يه حظے تعیٰی و تفاعل لا کی ترسیم اور در و منی حس کی مساوات ا = لا ب يا " وه منحل جو مسأوات ما = لا اس تعيير مبوما ب زیادہ عام طور پر جلات در تفاعل من (لا) کی ترسیم اور " وہ سختی جس کی ساوات ما یہ دن (لا) ہے " کے ایک ہی منی میں اور اس کے لئے شرط کہ کوئی نقطہ منحنی یا ترسیم برواتع مویہ ہے کہ اس سے محدو مساوات ماے ف (لا) کو بورا کریں شلاً نعظم (- الله الله على ترسيم بر واقع بوام اورنقطم ترسیم بر واقع موا یع اور اوله ای ترسیم بر واقع نهیں ہونا.

ا لر کے آن نقطہ سے معین سے معاوی ہے جبر ہے۔ پھر پوں تھی خیال کرے سکتے ہر ، وشکل او و ما کے گرد دو قاماول میں سے مجما دیا گیا ہے جو يبط وحاكم وائي طرت تعاكروش مرسى، گرو متناکل ہے یا ہیں کیونکہ آ ہے نی جاتے ہیں۔ وما كم محرو تشاكل مِولَى الرّون (لا) جنت تفاعل موا جس کا فصلہ '۔ لا' ہے علامت آور مقدار دولوں سے نیاظ کے اُس نقطہ کے متین ف ر لی کے سادی موتا ہے جس کا فعلہ على كا تغير ـ فض كوكه ايك نقطه مبدأ وسي شروع موتا ہے اور ترسیم بر حرکت کرتا ہے۔ ابتدا میں نقطہ کا معین

برمنا ہے اور حول مع ا) ج از رها به او بدی شکل سے صاف طاہر نے طروايا ج ا اسی مشابہت کو بھوط ارکبتے مو اے نظام و کی فیمت ہے سے صفر اس کوتفاعل کی مور تورت نیں موڑ پر سمی فتیت تفاعل یا معنین کی کم سے کے قبیت سی ہے۔ علی طور پر ترسیم کے اک نقطوں کو جن برمغین کا گھنا بند مجا ہے اور بڑھنا شروع موتا ہے کیا بڑھنا بند موتا ہے اور

= ج لا ہے ماکی مثبت ہے ؛ فرض کرو کہ لا' البی قیمت سے لئے ج لا' کی محا كوني معين موتوم ك معلوم کرد که ص ت کوم ن فی دشکل ۸) ۲ ایک معین کو دگا کرنے سے عامل ک علوم بمو کا که دو لول ترسیول کی عام روش دی

اور ایک ایج لمبا معین ۱۱ فظ کو تعبیر کرے گا اس طرح ۱ انج لمیا فصلة ٢ سَكُنَدُ كو اور ٢ انج لميا معين ١٧٦ فك كو نعبير كري كا. ره وغيره . وتخير صور نول مين تمي مناسب طور بريمان متحد سے ترسیم حدود اعتدال سے اندر آجائے گی ۔ و و مقدایر، یکے ربط مو ترسیم کے فریقہ کاسر کرنا منصود ى مول تو يمى اكثر ادفاتُ الحاليول كو م کی خونی میں کوئی فرق نہیں آیا۔ ترسیم کا مقف یا و کھانا ہے کہ جب ایک تفلار باتی ہے تو اس سے مربوط کوئی اور مقدار سل طرح بالتی ہے۔ ظاہر ہے کہ دو خوں منظر مل اور ل ق کی سنت جو مقداراول کی سی دو تیمتوں کو تعبیر کرتے ہیں اکائی طول کو تغییر کرنے والے فط سے ناپ بر منحصر نہیں موقی ۔ کیونکہ

صن: لق على وك المروك = المرا

جاں وہے سقیداری اکائی کو تبیرکرتا ہے ادر ہا x ویقے

ا × و ك مقا ديرسے طول بير -مثلاً - ايك بهاڑى سرك سے نقشہ ميں أكر اونجائيوں كو اسى وتھایا جائے میں برکہ افقی فاصلوں کو وتھایا جا کا ہے تھ ی سے شرک کا آنار چھاؤ تھیک طور پر واقع انسی ہوگا۔ اسلنے اوسیا کیو ل کو

ی نبت بڑے جانے پر دکھایا جاتا ہے۔ آرزیم ماں معلوم کرنے سے لئے استعال کرنا ہو تو مرسیا

ہیں نقشہ کا بیانہ معلوم ہونا جائے۔ میں یہ معید وال کا منارسد نیخی کے بہت سے خواص اس کی مساوا

كو استمال كرنے سے نبایت اسانی سے معلوم موسكتے ہیں۔ اس

القطر نظر سے معینوں پر بحث کرنا ہندسہ تحلیلی سے تعلق رکھاہے۔
ایک طرف او شخی کی نقراف اس کی کسی ہندسی خاصیت کی نبابہ
متعین کی جاتی ہے۔
میں بیان سیا جاتا ہے: منڈا دائرہ سے محیط کی خاصیت یہ ہے کہ اس
میں بیان سیا جاتا ہے: منڈا دائرہ سے محیط کی خاصیت یہ ہے کہ اس
میر کا میراک نقطہ اس سے مرکز سے ایک بئی فاصلہ بر رہا ہے۔
نیس اگر محور علی القوائم مہوں اور دائرہ کا مرکز ہے اور تصفت
قطر ر مہو اور اس پر کا کوئی نقطہ ن (للا کم ا) موتو دفعہ یک اور سے و دن ساوی ہے
در سے و دن ساوی ہے لا ہ یا سے کونیرون ساوی ہے

لأ+ ما= لـدا)

اور یہ میاوات دائرہ بر سے ہراک نقطہ سے فصلہ اور معین کیلئے
درست ہے لکن کئی اور نقط سے لئے صبح نہیں۔ جسے جسے ب
دائرہ سے کرد مرکت کرنا ہے لا اور ما دونوں کی قبیتیں برلتی ہیں
دائرہ سے کرد مرکت کرنا ہے لا اور ما دونوں کی قبیتیں برلتی ہیں
میاوات دایائی دائرہ کی میاوات کہلائی ہے جس کا نصف نظر لہ ہے۔
میاوات دایائی دائرہ کی میاوات کہلائی ہے جس کا نصف نظر لہ ہے۔
میاوات دایائی ایک آرله کا میں کوئی میاوات می ترسیم نقطہ بہ نقطہ تھنی میالین بعد کی دفعات میں المنی کے
ماکئی ہے اس سے متعلق بہت سی مثالیں بعد کی دفعات میں المنی کی الحال آب سادہ مثال سے طور پر ہم میاوات ما = لا کو لے سکتی میں اس سے دفعہ 19 کی ترسیم حاصل ہوتی ہے یا ہم اور کی سادا
ہیں جس سے دفعہ 19 کی ترسیم حاصل ہوتی ہے یا ہم اور کی سادا
دن کو لیے ہیں اس صورت میں ما کہ لاکا دو فرمتوں والا تفاعل ہے
ماک کے دریان
ما = + الک دریان

محور کا لا کے گرد متناکل ہے، نیز مقلوب تفاعل لا = لے \ الله و کا کے کرد ہی متناکل کو دیمیے معالے کرد ہی متناکل کے دیمی متناکل ہے ۔ بین ہم صرف آن نقطوں کو مرشم سمرنے سے مین سے لئے لا اور نوں شبت ہیں ہورے سخی کی شکل معلوم سمرسکتے ہیں۔ اور دیا دو نوں شبت ہیں بورے سخی کی شکل معلوم سمرسکتے ہیں۔

ور تفاعلوں + اللہ اور - الا اور - الا سے بالترتب محور کا

کے اور اور نیسے کے نصف وائرے تعبیر ہوتے ہیں۔ بعد می وفعات سے مطالعہ سے معلوم ہو گا کہ انسان تفاعلوں

کی ترسیموں سے ہندسی خواص سس طرح ان کی مساوانوں سے تنبط

ار ساوات (۱) سے جو ترسیم تعبیر ہوئی ہے اُس سے مرتبہ کرنے میں اگر اکائیاں وک اور وک محتلف طولوں کی بی جائیں نو

یں اگر آگائیاں و ک اور و ک محکف طولوں کی کی جائیں کو یہ معلوم ہو گا کہ ترمیم دائرہ بنیں ہے بلکہ قطع تاقص ہے دمشق

ہ ' سوال ہم) مثلاً اگر و ہے ' وک سے نصف سے مساوی ہوتو ہر ایک معین دائرہ سے معین سے اصلی طول سے نصف سے ساوی

موگا۔ لکین حب یک وگ اور و آھ کے طول ساوی مولگے ترسیم می منعکل میں کوئی فرق ہیں آئے گا۔ اکائیوں کے ایاب

کی تبلی سے بشرطیکہ اکا نبول سے طول اہم مساوی رہی شکل صرف تخادہ یا منگ ہوجاتی ہے کیونکہ سب خط ایک ہی تنبت

سے بدل جائے ہیں۔ ... مختیوں سے مہندسی خواص کا سطا تعہ کرنے میں بھی اکثر اوقات

فعلف طولوں کی اکا کیاں متخب کرنا ضروری ہوتا ہے تاکہ متحنی ایک مناسب ناپ کے سخنہ بہ مرشنی موسکے۔ اس صورت میں یہ یاد رکہنا چاہے کہ حوخط معینوں کو تطبیر کرتے ہیں گراٹ کی نمکل سے

یا و رہا جائے کہ فوط معینوں کو تعبیر رہے ہیں راف ی معل سے صرف ان کی باہی تسبتوں کا اندازہ ہوسکیگا ان سے اصلی طول نہیں

۲۱۲ - ۲۱۲

معام موسی کی جاہئیں میں اکائیاں ایسی متخب کرنی جاہئیں جن علیم جو سیم خوج اینے الوسع کتا دہ حاصل مو۔ حجوثی سی ترسیم بالعموم اینے وجود کی غیرض کو پورا بہیں کرتی ۔ وجود کی غیرض کو پورا بہیں کرتی ۔ مشعی ا

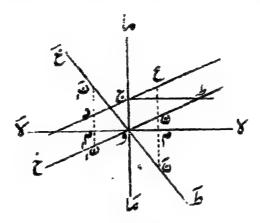
(ו) و על ביין על יין על ביין על יין על על יין על יי

4'۔ لاکی آف منیتوں سے گئے جو۔ ۲ اور ۲ سے درمیان ہیں ذیل کے تفاعلوں کی ترسیس بناؤ کنیز ترسموں سے موڑ کے تفطے اور آن نقطوں کے فصلے معلوم کرو جہاں ترسیس فصلوں کے محود سے ملی ہی (۱) لائے اور (۷) ۲ لائے اور (۷) - ۲ لائے ا

(۱) کو ۱۰ (۲) ۱۰ کو ۱۰ (۲) ۱۰ کا ۲۰ (۲) ۱۰ کا ۲۰ (۲) ۲۰ (

۸- اگر تعامل ف(لا) کی ترسیم وی ہوئی مونو تباؤ کہ اس کی مدد سے مساوات ن (لا) = . علی اصلیں کس طرح معلوم موسکتی ایس سوال (۴) کی ترسیوں سے توضیح کرور [فرض كروكه ترتيم برتح كسى نقطه ك كا فضله إرب، " تے مفہوم کی روسے ان کا معین ف رار) موگا، ہیں اگرف رار رمو تو ف لازما فعلوں کے مور پر واقع ہوگا۔ لکین اگرف (ا) د ت ن دلا) عدى اصل بهاس ك ساوات ت دلا) ہ . کی املیں ان نقطوں کے تضلے ہیں بہاں ت دلا فصلوں کے محور کو قطع کرتی ہے۔ منحی پرسے مرایک نفطہ ن سے خواب میں سننی پر ایک اور نقط الياب جوللجائ مبداك ن كالمتناكل بي (وفد با متال م). ونكه اگر نقطه ك (و ب ب) بولوك (- و ي ب) موكا اور حب ب = الا تو (- ب) عرا- ال الم الم بي حب شال نواكي ماند كسي سعي ا كى سادات مين للا واى بجائي الزيب ولا و و الكني سه ماي میں فرق ندائے تو سدا کوسمی کے تشاکل کا مرز کتے ہیں۔ ٧ - وَأَلْ مِن حَيْنَ مُعْمِيون كي مساواتين وي كئي بي الله مي سے كن كے لئے ميداً تشاكل كا مركز ہے۔ ず」=しい りょいり シャーリタ=しい

رم) الرائد ب ما ہے ج ۱۷۔ خطی تفاعل ۔ اگر زاویہ لا و ماکے منصف بر کوئی نقط کہیں لیا جائے تو اس نقطہ کا معین کماظ علامت اور عددی قبیت دولوں سے نقطہ ندکورہ کے فصلہ سے مساوی موگا۔ لکین آگر کوئی اور نقطہ لیا جائے جو اس منصف پر واقع نہ ہوتو اس نقطا معین ملحاظ علات و عددی قیمت دونوں کے ایکے فصلہ کے مساوی نہیں موگا۔ اس کے منصف کی مساوات ما۔ لا ہے بینی منصف انفاعل للا کی تربیم ہے ۔ انفاعل للا کی تربیم ہے ۔ اسی طرح ما۔ ۔ لا زاویہ ما و کا کے منصف کی مساوات ہے



شکل ۹

ولاکے ماتھ بنانا ہے۔ اگر نقطہ ج میں سے ایک خط دج ع مع حط کے سواری

م ع = م ن + ك ع = وم مس ا وط + وج

م د عمران، + ن د = وص مس لاوط ويج

قدموں کو جمع کرنے کے طریقیہ کی روسے (دفعہ م) یس اگر لا ا فافظ ع کے محدد مہوں اور وج اب کے ساوی

ا = الاسس لا وطد ب اور يه ساوات قائم رستى ہے اگر لا كا نقطه ع كے محدد ہونے كى بجائے دع پر كے كس اور نقطه كے محدد موں م

الربع كو وعما بريا جاك نو فرق مون يه بروكاكه اس كاناب ب

یس ایس شکل و الا + ب سے کسی تفاعل کی ترمین خط متعقیم ہوئی ہے جماں او اس زاویہ کا عاس ہے جو خط مدکور تور کیا سے سالتم نباتا ہے اور ب اس نقطہ کا واصلہ ہے سیدا و سے جس پر خط ندکور کے محور کو آطن کرنا ہے۔ اسکو ما تعموم محور ما پر کا تنفطوعہ تھی کہتے ہیں۔

الرائي ، توخط حور وكاك متوازى بوكا بشرطيكه ب نہ ہو 'اگر مب بھی صفر ہو تو نط خود محور کا ہوجاتا کے مساوات لا میہ ص محور ما سے مندازی کسیسی منط ک

رطیکه ص صفرنه مور اگرص یه. تو ساوات محور ما ماعو تبیر رن ہے۔ اس صورت میں خط محور و کا کیا عمود مونا ہے اور جزراویہ میحور کا سے سائف نیا یا ہے اس کا

عاس لامناجي سوتا ہے۔

ميداً ومين سے ايك خط فعيني موخط مكورك انتوازی ہو۔ اب فرض کرو کہ ایک خط ری سے تشروع موکر (و کا سے میں) وے رواویر یا نعے کی جانب آنا گھوتنا ہے کہ یہ و میں سے نوازی نط پر منطبق موجایا ہے۔ اسط ده زاوید میں سے خط کو کھو سنا بڑے اس زاویہ میں سے یہ خط کمو میگا وہ زاویہ زیر سخت موگا۔ پس جو زاویہ خط ﴿ ع محور ولا کے ساتھ بنا ما ب وہ لا وط یاط ہے ع مجہاں ہے طام و لا کے متوازی ہے م یہ زاویہ مثبت ے، جو زاویہ ط ع محور و لا کے ساتھ بنانا ہے وہ منفی ہے واللہ اللہ مال ہے اس داوید کا منطق ماس مراد اللول كے مور و لاك ساتھ بناتا ہے اللے ، موكا اكر داويه منت ميو اور منفى موكا اكرداويه منعى مو وطعال كى بحاك معض اوقات تفظ سلامي عبى استعال موما ب اگر ہم تصلوں کے محور و کا کو افغی اور معینوں کے محور و صا كواتصابي فرن كري اوران كي شبت سمتيس بالترتيب وائي جانب

اور البير كى طرف اليور أو يهم خط مُدكوره بالادفعه سابق إير كسي نقطه كي توكية التصواراً إون بيان كرسكته ابن :- حب متحرك القطاس على محورت لا یر وائیں ارف فرکت کرتا ہے تو نقطم مذکورہ خطر پر اوپر کی الون فرکت رُتا ہے اور حب اس کا ظل ائیں طرف رئیت رُتا ہے تو لفظہ خط بر شیمے اثر تا ہے۔ یا یوں کہے کہ اگر نفظہ مفروضہ کے عدد ﴿ لِهِ أَما اللهِ اور نقط لا والمن طرف حركت كرا بنو نقطر (ألا على اوبري طرف سركت كرمًا بيد أورجب نقط له بأي جانب حركت حرب أو نقطه مفروضه خط بريك أثرنا بنه. جب فيهال منت بوعياك خطاه ع كي صورت مي تويم کے تو نقط (لا کم) فظاہر بیجے کی طرف حرکت ترا ہے وراؤن مين ظامري كو خب تعظم (الاعما) كر حركت كامت

ا۔ ذیل میں جن خطوں کی مساواتیں وی گئی ہیں اُن سے دُھال

1-シーニャ(ア) 1-シャート(1) ナーシーート(1) إن خطول كو نقشه بركمينيو -

الم البت كروكه ماوات الم + الا - ا = م س ايك خط لا بي معلوم كرو - ايك خط كا وصال عبى معلوم كرو -ساوات بالا يوں مكسى جاكنى ہے ما= - بلا لا بول مكسى جاكنى ہے کے یہ ایک خط متقیم کو تعبیر کرتی ہے جسکا ڈھال - ہے ہے ۔ اسی طرح سے دکھا جا سکتا ہے کہ ساوات اولا+ ب ا+ج=٠...(۱) ایک خطِ متقیم کو تعبیر کرتی ہے ۔ اگر ب صفر نہ سو تو ڈھال ۔ اِ ہے اگرب صفر ہو تو ساوات ہوجاتی ہے لاء۔ جے جس سے متقیم تعبیر ہونا ہے جو محور کا پر عمود ہے اس صور یں ڈیفال لاتنا ہی آئے۔ اگر اور ب دولوں میں سے کوئی بھی صفر نہ ہو اور اگر خط محور کا کو نفظہ فی برکائے اور محور ماکو نفظہ طر بر کا تو وق = - ج اور وط = - ج كيونكه ق كے محدو (وق، ہیں اور یہ ساوات (۱) کو بورا کرتے ہیں اس کئے لا x وق+ج = . يا وق = - ك اسي طرق نقطه ط سے محدو ہيں (٠) وط) اس كے ب x وط تے یہ اور دیط کو محوروں پر سے مقطوع کہتے ہی جو خط ہے توروں سے مہتا ہے . کے کہ خطِ متنقیم سے مرتبم کرنے کا سب سے آسان طریقہ یہ یہ پہلے محوروں پر اسے مقطوع و ق کا اور وط معلوم کرگئے بائن أور مير ف اور ط كو ملا ديا جائ -س معلوم کردکہ زیل سے نقاط

خطِ مستقیم بر واقع ہوتا ہے جس کی ساوات ما۔ ما = اور اُد ا لا) ہے۔ بیر مساوات پوری ہوتی ہے جب ہم ماکی بجائے ما اور لا کی بجائے ٥ _مشق م مين متقل تقدار وكي كيا قيت موكه تقطه (ليم على) بھی خط متفیم پر واقع ہو۔ چونکہ محددوں (للم علی) سے مساوات کو بورا مونا چاہے اسلے اس لئے اس خط کی ساوات جو نقطہ (لا مل اور الله مل) یں سے گذما ہے یہ ہے ما- ما = مام- ملم (للا- للم) المار نقطوں سے ازواج ویل میں سے گزرنے والے خطوط کی ساق (1-'r) (t'1-) (r) (1'4) (1'1) (1) (·'Y-) '(+'-) (P) ے۔ اس خط کی مساوات معلوم کرو حب کا وُصال م ہو اور جو نقط (۱۴۳) میں سے گزرے ۔ ٨- اس خط كى إساوات معلوم كروجس كادمال ج جو اورجونقط (اواب) میں سے گزا ہے۔ و۔ ذیل کی مساواتول سے تبییر ہونے والے خطوطِ منتقیم سے نقطہ تقاطع محتے محدد معلوم کرو۔

マートナント(1) (۱) لا + ۲ ما = ۲ (۲) مرد + م = ۶ یونکه نقطیهٔ تفاطع دورنوں خطول پر واقع ہے اس کے محدو دونوں یں ان سا واتوں کو بطور ہمزاد مسا داتوں کے عل کرنے سے نقطۂ اور سے ملا أضع سے مطلوبہ محدو لا = إ أور ما = ا عامل جونے بي -تصوير کھینے سر اپنے جواب کی تصریق کرو۔ ۱۰۔ ایک ہی شکل میں دونھنی کھینچو جن کی مساواتیں یالنزشیب م لا یہ ما۔ سوجہ اور ماہ لا بین ۔ بیانش سے نقاطِ تقاطِع کے محدد معلوم کرو اور این مساواتوں کو لطور بمزاد مساواتوں سے حل كرم ايني جواب كي تصديق كرو-ار نابت كروكه مساوات و لا + لا - س . كى اصليس سنحنيات سوال ماقبل کے نقاطِ تقاطع سے نصلے بیں -۱۱۔ نابت کروکہ ساوات ف (لا) یہ ہے کی اصلیں مخنیات اعج اور اء ف (لا) کے نقاط تقاطع کے نصلے ہیں۔ مشق ہا سے سوال ہم کے ساتھ نفابلہ کرو۔ ۲۲- منطق تفاعل - اس شکل و+ب لا+ج لأ+ +ك لا ا + ل لا مے جلہ کو حس میں سر اور ب اس بے اس ک ل مشقل ہیں اور

کتے ہیں۔ لاکے دومنطق صبیح تفاعلوں سے خارج قسمت کو لاکا منطق

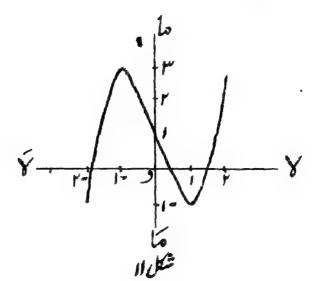
انوں کے نظریہ سے ہمیں معلوم ہے کہ (۱) کی شکل کا بالعموم لاک ن تیمتوں کے نے صفر ہوگا مس کا یہ ، ہے کہ تفاعل (۱) کی ترسیم بالیموم محور کا کو اب مرتب النے (۱) صفر موتا ہے نیالی موں الیبی صورت میں فصلوں کی ان قیمتوں کے جواب میں مجور یہ کوئی حقیقی تنقطے نہیں ہوں تے بینی ترسیم محور کو ن مرتبہ قطع نہیں کرے گی ۔ جب الله كى دو قيمتس حن سے كئے جلد (ا) صفر ہوتا ہے سا دى مول تو الله علم ديكھيكا كونتون متناظر تقطد پر محور الاسے مس سرا ہے۔ جفت فوتوں کی ترسمیں۔ لا کی جفت فوتوں نینی لا' کا پہ' ی تربیمیں سب کی سب ایک ہی نوعیت کی ہیں ایہ سب محور ومبدأ و يرمس كرتي بن اور محورها سب من تشاكل كا ے کی لاکا قوت ناجس قدر بڑا ہوگا ترسیم مبدا سے ریب محود کا سے استقدر آہشہ استہ اوید کو اٹھے گی کئن لا ایک سے بڑے ہونے کی صورت میں تونت نا جنا زیادہ مو گا اتنی سرعت سے ترسمی نقطم محور کا سے اوبر کو ہٹاگا۔ ترسيون لالأ كوالأي...كي عام شكل تتناظر تفاعيل لا كلي... ی ترسیوں کے معینوں کو نسبت اور ا بین زیادہ کرنے سے حال مبوسکتی ہے۔ ماحظہ مہو وقعے ما -طاق قوتوں کی ترسیس۔ ایک سے بڑی طاق توتوں

مور تشاكل كالمحور نهيل ببونا - البنه مبدأ تشاكل كأ ئی ترسیم لکین لا کی ائن قیمتوں سے کئے حوامکہ '' ی ترسلیم لا کی ترسیم کے اوپر اور لا کی ترسیم وں سے لئے جو ترسیم نبائی گئی ہے اس پر کوئی نقطہ محو سبدا سے دو سری طرف انتنا خارج کروکہ ن ویہ ترسیم کا ایک نقطہ موسکا جو لمجاظ دیسے ن کا جاب و شکل ۱۰) ای طرح کا عمل مرمنحنی کے لئے کار آمد مونکنا ی طان قوتوں کی ترسیب مبدأ پر محور کا سے م لی میں اور اسکو قطع مبی کرتی ہیں اور و سے ایک طرف ان کی خمید گیاگا میں موتی ہے اور وسے دوسرے طرف شفابل سمت میں۔

لا کی بڑی قمیتوں سے لئے تفاعل سی اور وشوار عمل مبوتا مي آلكين حب طالب علم سي تفاعل كوتفرق

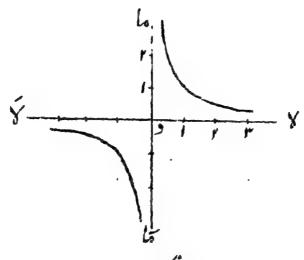
كنا سكه ليكا تو وو ولمعيكاك به رحمت ايك مديك كم موس مثال سے طور ہے۔ تفاعل ف (لا) کو لو جہال ف (لا) = لا - م لا + ا تب ن (لا) = لا (ا- الم + الم) اب زا ساغور كرنے سے معلوم ہوگاكہ آگر لا تعداداً منادی ہو یا بڑا مبو سے تو خطوط وحدانی سے اندر کا جلہ مثبت ہوگا اس کئے آگر لا مثبت ہو اور مساوی ہویا طِلْ مِو لا سِي تُوتفًا على في (لا) مثبت مبوكاً إور أكر لا منفي مبو اور تغداداً برا ہو م سے نو تفاعل فت (لا) منفی موسکا سیونکہ لا منفی ہو گا اور خطوطِ وحدانی سے اندر کا حجلہ مثبت ہو گا۔اسکے ارم محدد کا کو اُن نقطول کے درمیان جن پر لا = ۲ اور ۲۰ المكم ايك دفعه ضرور عبور كرك مل مزير معالية كرف سے ت (-۲) ع- اف (۱۰) ع- ۲۲ ف (۱۱) ع- ۱۱ ث (۲) ت ۲+ ع اس کئے ترمیم محور کو تین مرتبہ عبور کرے گی ۔ ایک وقعہ انقاط ۲۰ اور - اے ورمیان کیم اُقاط - ا اور اے در سیان اور بھر نقاط ۱ در ۲ کے درمیان۔ نیز حیزنکہ ساوات تیسرے ورجہ کی ہے اس کے منحیٰ تین سے زیادہ مرتبہ عبور نہیں کرسکنا نبذا مور سن نقط مرن وو بي -نيرت (-119)=-109 ف (- ۱۶۸) = + ۴۵ ۵ ۶ پس ترسیم محور کل کو نقاط - ۱۶۹ اور - ۱۶۸ کے درمیان عبور رئی ہے ۔ اگر لا = - ۱۶۸۸ تو ف (لا) = - ۲۰۰۵

پس ترمیم نقطہ لا = - ۸۰ واکے باکل قریب سے عبور کرتی ہے اور لاکی یہ قبیت مساوات لا اللہ سولا + ۱ = ، کی ایک تقریبی مل اللہ اسی طرح سے ہم دکیھ سکتے ہیں کہ باتی دو اصلیں تقریباً ۵۳ و اور ۳۵ و ۱ و این -



 ہوجاتی ہیں۔ اس کے جوں جوں نقطہ لا دائیں طرف سے وکی طرف آتا جا اور بالآخر و بر منطب بق ہوئے ہوتا ہے تو ترجی نقطہ اور جاتا ہے تو ترجی نقطہ اور جاتا ہے اور بالآخر و بر منطب ہوت ور جاتا ہے اور ساتھ ہی محور صاکے قریب آنا جاتا ہے جب کا صفر ہو جاتا ہے تو ترسی نقطہ کا مبدأ بر آجانا ہے تو ترسی نقطہ کا مبدأ بر آجانا ہے تو ترسی نقطہ کرتے ہیں کہ مجدر ما ترسیم کا متقا رب ہے۔

اسی طرت ہم دکھے سے ہیں کہ جب محل بہت بڑا ہو اور شبت اس کو رتا ہے کہ بینی محور کا بھی ترسیم کا متقارب ہے۔



فتكل ١١

ظاہر ہے کہ ترسیم ملحاظ مبدأ کے مشاکل ہے اور محدروں کے دونوں سروں کے دونوں سروں کے مشاکل ہے اور محدروں کے دونوں سروں کے مشاکل ہے دشکل ۱۱) تعدلیت ۔ عام طور برحب سی شعنی کی کوئی شاخ لا تمانی تک وسعت کی دوئی ہوتی ہوتی ہے مشاخ مشتارہ نہ طور بہ ایک خطیم مستقیم سے

قرب آنے والی کہلاتی ہے اول کہ کہ خط متقیم شاخ ند کور کا متقارب ہوتا ہے جہ شاخ ند کور پر ترشی نقط کے لا تناہی کی طف حرک قریب آنا اس نقط کا فاصلہ خط ند کور سے مسلسل طور پر صفر کے قریب آنا جا کے لینے بالا خراس کا جو فاصلہ خط ند کور سے ہے وہ کسی چوٹے کی سے چھو نے معینہ طول سے بھی کم جو سے اور اسکی مزیر حرکت کی اثنا میں اس طول سے کم رہے۔ آگرسی منطق کسری تفاعل کی اثنا میں اس طول سے کم رہے۔ آگرسی منطق کسری تفاعل کی اثنا میں ایک جزو ضرفی لا۔ فر جو جبکہ اسے مفرد ترین رقوم میں بیان کردیا جائے تو تفاعل مائل بدلا تناہی موسی متفاق ہوگا جبکہ ہوئے۔ نیزاگرلا کے آئل بدلا تناہی جو نے تفاق ہوگا ہے تفاق ہوگا۔ نیزاگرلا کے آئل بدلا تناہی جونے سے تفاقل مائی قیمت ہوگا۔ نیزاگرلا کے آئل بدلا تناہی جونے ہیں کی میاوات ہوگی ۔ یہ متفارب می دوں کے موروں کی منال میں ہیں جوکسی مورد سے متوازی نہ مہوں مثلاً ذیل کی مثال میں ہیں جوکسی مورد سے متوازی نہ مہوں مثلاً ذیل کی مثال میں ہیں جوکسی مورد سے متوازی نہ مہوں مثلاً ذیل کی مثال میں ہا۔

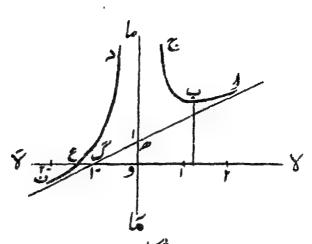
1 +1+2=6

اگرہم ترسیم کے مقین کو یا سے اور منظ متنقیم ما یہ لا 14 کے تناظر معین کو بل سے تعبیر کریں تو ہم دیکھتے ہیں کہ

+ 1 = 1

اس کئے لا خواہ مثبت ہو خواہ سنفی یا ہمیشہ یا سے بڑا ہوگا اور نبابریں تفاعل کی ترسیم ہمیشہ خطِ متقیم کی ترسیم سے اوبرہوگی

نيزجب كلا تعداداً بهت برا موتو الم بنايت جمونا موكا ادر م ادر ما كا فرق جبكه نقطه للا محور كا بربهت ودر دائي طرن يا ببت وور بائيس طون جلا جاك كسى دى مولى كسرت حيواً سيمُ خطِّ مستقيم إ = لا + الشي دونول سرون ے منفی سرے سے قریب نہیں جاتی انکین یہ دائیں اور رو نوں جانب سے شبت سرے سے بات رہیج متقارباً طور پر سیم محور کا کو اُن نقطوں پر عبور کرے گی جن کے لئے شار ننده لها به لا + ا صفر مهو جاری - چند مختلف سے معلوم موسکتانے کہ شمار کنندہ صف ایک غربوتا سے لیمی جبکہ لا۔ ۔ ، ۲۸ وا تقریباً ، لا جبرہ طور بیر مد مراہ اسے تم بہو تو ما شفی ہوا گئے لائی باتی سب قبرتوں سے لئے معنین منبت سبرنا ہے۔ مال لا يه ١٥٣ تقريبًا وإن ايك المؤكم نقط نكل نبل مين وكحالي عمي . يهم و قصلون كي وكالي معينول لى الله في سيد وكني لى حمى عدد أكر أكانيان ما وى لى جائي تو ترتيم كا رصه الرب ج محور كا كاس بهت اوير بوكا اور اس صد کو غایاں طور پر و کھانے کے لئے بہت بڑی شکل نصیحے کی ضرورت ہوگی ۔



تسكل سال

سنی متقارب گ حر کے بہت سعت کے ساتھ قریب آتا ہے۔
لکن محور صاکے نزدی مقابلۃ اکہنتہ آبہتہ آتا ہے۔
سسی کسری تفاعل کی ترسیم نبانے کے لئے اکثر اوقات یہ زیادہ
موجب سہولت ہوگا کہ تفاعل کو جزری کسور میں تخلیل کرلیا جائے
جیبا کہ ذیل میں کیا گیا ہے۔ شلا اگر
جیبا کہ ذیل میں کیا گیا ہے۔ شلا اگر
میبا کہ ذیل میں کیا گیا ہے۔ شلا اگر
میبا کہ ذیل میں کیا گیا ہے۔ شلا اگر

توہم اسے لوں لکھ سکتے ہیں ا= ا- لا- ا + لا- ا سے ظاہر ہے کہ تفاعل کی ترسیم کے تین تقارب ہیں جبکی مساواتیں ہیں ما اواتیں ہیں اس صورت میں ترسیم انقی متقارب کو اس نقطہ برعبور کرتی ہے جس کا فصلہ لے ہے کیونکہ جب کا = ا تو

اسى طرح ماوات ما = (لا-1) (لا-1) يوں لکسي جاسکتي ہے + - - + - - + + = 1 اس میں بھی تین متقارب موں کے جن میں سے وو محور صاکے متوازی بی اور تمیسرے متقارب کی مساوات ہے اور یہ تیسار متفارب ترسیم سے دو بارہ اس تقطم پر ملتا ہے تفاعيل ايا لا كي نتيبيس يناؤ -7+Y++W-+ 1-46-141-1 س - لا" - لا +۲ V-V -- W 4-K-1 نايت مروكه مباوات لا له لا يولا بي ي عمى اصلير تفاعيل لا اور اولا 4 ب كى ترسيمون سے تقاط تقاطع كے م این اسلین اعتباریہ سے دوسرے مقام کل معلوم كرو -(1) 'لا" - به لا" + " = - ر رس لا - علا+ 9 = · ان تفاعلول كى ترسيس ساؤ ـ

و-اگرف (لا) = لاكم الاكم م لاكم 11 لا+ الوار تو الب كروك ماوات ف ولا) = ركى جار حقيقى اصليل ببراك ان كواعثاريك دوسرے مقام میک معاوم کرو۔ [ف (لاِ) کی قیمتیں معلوم کروجیکی لا = -۲-۱، اس می اسطیح متلوم ہو گا کہ معین ف (اللہ) مثبت ہے اور ف (-1) منفی ہے جل سے ظاہر ہے کہ ترسیم فعلوں سے محور کو نقاط ۔ ۲ اور ۔ اکے درسیان عبور کرتی ہے۔ باقی اصلوں سے کئے بھی بہی عمل سرو۔ السابک نقطه آیک سطح سنوی میں حرات کررا ہے اور ایک مقررہ آن سے ت سکنٹر بعد اس سے محدد دو تائم محوروں سے لحاظ سے جو اسی سطح میں واقع آہیں لا ' ما فٹ ہیں ۔ ویل کی صورتوں کے لیے نقطب ندكوره كالاسته معلوم حمروب (1) ピョン・トリーナン (1)ピーナーンシーチャー でこらい じょり(か) でれるしいととり(で) إكسى خاص آن مير ت كى جو قيمت مواس ك كے لا اور ما لی قیتوں کو محدوب کرنے سے نقطہ کا متمام معاہم ہوسکا ہے کا ، طرح بہت سے نفطے معادم کرنے سے تعسب معمول نرستیم نبائی جاستی ہے یا ہم سا داتوں میں کے مت کو سافط کرسکتے ہیں۔ کھا دا) مين من من كو لا كاتفاعل نف ركريكتي بن يعني ت = لا- ا مین ما بیشه بات کے سادی ہوتا ہے اور اس سے ما اور لامیں ہمینے یہ ربط ماء ۲ (الا - ۱) پایا جاتا ہے۔ بیں اسی صورت میں ی نقطہ سے راستہ کو وہ ساواتوں کے ذریعہ تعبیر کرنے کا یہ طریقنہ علم مہندسہ ادر علم حل میں بہت متعمل ہے] ا

فشقهم

بان مه يروس من مديس به ه مه من اور مس طدء من مديس به ه مه من المسرعدس به المهم

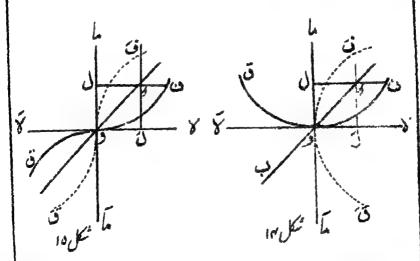
اُگر م - فَكُم كَى عددى قيمت لى جائ توان خطول كے درميان كا حادہ زاويہ حاصل موكا خواد عدك بديا عد < بد مادہ زاويہ حاصل موكا خواد عدك بديا عد حسب

س طرة الرب الرب

سے عاصل ہونا ہے۔ سوا۔ نابت کروکہ مثق ماکے خط

(۱) سوازی ہونگے اگر جب = جب اور رہا عمود ہونگے اگر ہوکہ ب ب = .

ن ل کماما برعمود کھیچوئت ول یا ل ن یا ل ن یا ول الله الله الله الله الله الله ولا که اور ولا کو الله الله ولا کا بینی وجه کا محور مانا جائے اور ولا کو الله کما بینی تفاعل کا تو منحی تی وجه کا مور در کہنا لیکن جو کہ ہم و کا کو نصلوں کا اور وجا کو معینوں کا محور رکہنا جائے ہیں اسلی مال کی آتا گھا کا چاہئے کہ و صا افتی ہو جائے اور و کا اور موجودہ شکل کے وکا سے محل پر منطبق ہو جائے اور و کا افتان ہو جائے اور ایس کا کے وہا گے عل پر چلا جائے۔



اس مقصد کو ماصل کرنے کا سہل طریقہ یہ ہے کہ زاویہ کا و ماکے منصف ب و او کو محور ان کر ہوری شکل کو اس سے گرو دو قائموں میں سے گھا دیا جائے ' ایسا کرنے سے ل اون ک اون کے محل میں آجائے گا اور ق و ف ' ق و ف سے مقام پرطیا جائے گا۔ تب ق ر ف و لا کھی ترسیم ہوگا کیونکم کی قا و دا

اور یہ ایس نے کہ ل ت یہ ل ت اور و ل یہ ول ان کے جفت ہونے کی صورت میں جو ترسیم ہوگی وہ شکل سمامیں مانی گئی ہے اِس صفور میں لا کی ہر ایک قیمت کے جواب میں ماکی وو اس کے جب ن طاق ہو تو لا کی جواب میں ماکی صرف ایک قیمت مہو گی، یہ ترسیم تقلوب نفاعل کی ترسیم اسی اشخاکہ سے حاصل ہوستی ہے الراء لا اور لا كو وجه مانا جامي توق وف الا كي ترسيم بوكا ـ اب ماكا مقلوب تفاعل لاب جبال لا على اور اگر ماکو دلیل مانا جا ہے تو ق و دن ' مالئے کی ترسیم ہوگا۔ لیکن بے کہ وجہ کو ہمیشہ ایسے خطوں سے تبییر کیا جا ہ متوازی نایے جائیں اور اس نئے مقلوب تفاعل کی صورز جہ کو ہمیشہ اٹسی حرف لا سے تعبیر کیا جائے حب اس تبدیلی کے مجد مقلوب تفاعل کی نرسیم وہی ہوگی جو ابتدائی تفال ں ترسیم ہے جب کہ اس ترسیم کو زاویہ کا و صالے منصف سے رد رو فائموں میں سے کہا رہا جائے۔ اس ترقیم کی روسے لا کی ترسیم ق و ف مے اور مقلوب تفاعل جسب بالا ما على اب لد فلموكا اور اس كى ترسيم فى وف ہوگی۔

نیزجب تفاعل کی شرمیم بن جائے تو اس سے ہم و کھے سکتے ہیں

کہ شغیرون کی سعت کو کس طرح نتخب کیا جائے کہ تقلوب تفاعل ایک
قیمت دالا تفاعل ہوجائے جب ن جفت ہمو تو و دیے کہ اُن کی ترسیم

ہوگا اور وی کے ۔ لو کی ۔ بینی ن کے جفت ہونے کی طورت
میں وی کی دو شاخیں ہیں دو قیمتوں والے تفاعل کی

ترسیم کی جو لا کا مقلوب ہے ۔

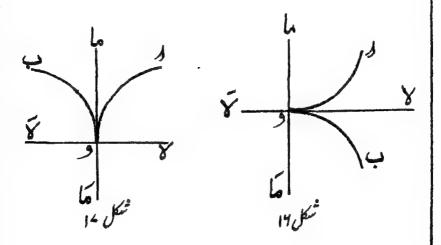
ترسیم کی جو لا کا مقلوب ہے ۔

نمونہ ۲ ۔ ما ۔ لا کے ، جہاں حم ادر ن غیر مساوی ہیں اور

دونوں جفت نہیں ہیں ۔

ترسیں دو ہوں گی جن میں سے ہر ایک ترسیم ذیل کے زمروں میں سے آیک نہ ایک کے نتحت میں اوئے گی ۔

طالب علم کو چاہئے کہ لا آئی قسم کے تفاعل کی ترسیم سے متعلق جوکچ دفعہ ۱۳ میں درج کیا گیا ہے وسے دوبارہ غور سے دکھیر نے اس سے عام مساوات سے متعلق فحلف زمروں پر مجٹ کرنے میں وسے مدد کے گی۔

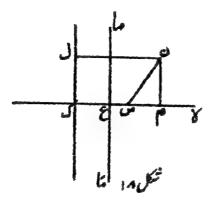
(ال) م س ن الما الله الله جهال التي الولى غير واجب كسرب (اله) م ان دولول طاق - ترسيم كى شكل ف و فف موكى (المافظ مو لفكل ١٥) و نقطه عطف ب اور كا و كا الوم كا ماس ؟ 

(ب) م \ ن ا = لا الله جمال م كولى كسرواجب ب-(ب) م اور ن دونوں طاق - ترميم كى شكل ق و ك بوگى رفكل ١٥) وعظمت كا نقطه بوگا اور منا و ما كو يركا عاس بوگا رب) م طاق اور ن جفت عب لا سفى بوتو ما خيالى بتوابي

د لا تفاکل کا محرب اور ما وما نقطہ و پر کا ماس ہے ہم ترم کی شکل فی وٹ ہے (دیکیو شکل ۱۲) (ب) م جفت اور ن طاق موصا تشاکل کا محور ہے اور د پر کیا ماس ہے ، و قرن ہے (شکل ۱۱) شَلَا الرص = ١ اور ن = ٥ توجونکه الله الله مینی ال اور الدینی یا سے درمیان واقع ہوتا ہے ؟ اکس کئے لاکی مثبت تیمتوں کے لئے لا کھی ترسیم لا اور لا اللہ کی ترسموں کے درمیان اتع ہوگی اور موخرالذکر ترسمیں وت 'کی ٹیکل کی ہیں دشکل ۵۱) مِي سُنْ وب مِي موجود بوگي يونكه و ما تشاكل كا محور ہے ـ اوات إنسس شكل ما^ن+ لا^م= به كي مو تو اس صورت م فالب علم کو ترسیس بنا نے میں کوئی دفت نہ ہوگی کیونکہ میں مات لیا ہے . کی ترسموں سے موٹرالذکر کو حوالہ کے ایک می مے گرد گھانے سے عاصل ہو سکتی ہیں۔ مثلاً (ار) اور (ب) کے عال جو ترکسیمیں ہیں وہ کا لا کے گرد گھانے سے زياده عام صورت ما _ أو له = . كى ترسيس ما _ له يه . كى ترسمو ے معینوں کونسبت ول : ا بی تقییم کرنے سے عال موسکتی وی -۱- نمونه ایک زیل کی صورتوں کی ترسیس بناؤ y=1(r) y=1(r)

"シ=「(r) 'シ=「(r) "シ= i(1) (۵) ما = الأ ربى ما = الا (۴) ا = - الم ۲۷ ویل کی ساواتوں کی ترسیب بناد ۵۔ ذیل سے تفاعلوں کی ترسیس بناو ۲۷ ۔ مخروطی تراشیں ۔ ان طلبہ کے لئے جو مخرد ہی تراشوں ت چندان واقف بنه جول تهم اس وفعه مب مخروطی تراً شول کی ساواتیں دیج کرنے ہیں اور ان اصطلامی انفاظ کی تعربیت کرتے میں جو عام طور بر این کی تجدش میں استعال ہوئے ہیں ۔ تعربیت ۔ ایک شطح منوی میں ایک ثابت نقطہ ہے اور ایک ثابت خط مقيم اسطح مي آيك نقطه اس طرح حركت كرا بي كه اس كا فاصله ظابت نقطه سے اس عمودی فاصلہ کے ساتھ مکتقل نسبت رائا ہے جو متحک نقطہ اور نابت خط کے درمیان ہو۔ متحک نقط، کے طابق کو مخوطی تراش کہتے ہیں ۔ ثابت نقطہ کو ماسکہ کہتے ہیں کا مشغل نسبت کو خروج المرکز اول البت خط متقیم کو مرتب سے موسوم کرتے ہیں۔ فرض کردکہ س دشکل ما) ما عکہ ہے ،ک ل مرتب اورس ک ک ل

رعمود ہے۔ یرفض کردکہ خروج المرکز کر ہے اک س پر ع ایک اسا نقط او کہ ع س = فر لاک ع اسب نقطہ ع مخوطی برواقع ہوگا خط ک ع س اور ع میں سے گزرنے والے اس خط کو جو ک ع س پر عمود ہو توالہ سے محور مانو۔ فرض مروکہ ن تراش براکا کوئی نقطہ (لا م) ہے ان سے ن م ک س پر عمود کھینی تب لا = ع م اور ما = م ن اگر ک ع = ط قوع س = ذط



جو اس سنکل میں تحویل ہو باتی ہے

(1-1) 1 - 1 ((1+i) d 1 + i=(1)

ہر ایک نقطہ حس کے محدد مساوات (۱) کو پورا کرتے ہیں مخروطی ترام بر ُواتع ہے۔ ستقلوں ز اور ط کی مُخلّف قیمنوں سے گئے مخلّف مخرو طیان ِ عاصل ہونگی۔ع سے صریحاً تشامل کا محور ہے۔

اگر ع ک کی سمت کو فصلوں سے محور کی خبت سمت مانا جائے

اوات (۱) بین رقم ارز (۱+ز) ط لاک علامت شبت ہوگی کیونکہ محورسی سمات کی تبدیلی لا کی سجائے ۔ لا لکھ دینے

مردت ہے۔ محروطیوں کی خاص شکلیں۔ (۱) اگر نہ ہے اتو مخروطی کو قطع مکافی

كيت إلى - اس صورت مي مساطت (١) موطائي ہے

مَ = س ط لا ۲۲، (۲)

ع کو رأس اور ع لا کو مکانی کا محور کہتے ہیں۔

جب الراء الوع س = طر اور اگرس خ امعین میو

ساوات بالاستے ظاہر ہے کہ س نے یہ ۲ ط یا گیائی س ن كو مكاني كامعدل يا نيم وترفاص كيت بي مرايك مخروطي تراش

میں ماسکہ میں سے گذرنے والے وو ہرے معین کو وتر خاص کتے ہیں۔ تعض اوقات م ط مكافى كا متبدل كملامًا ہے۔

یہ آسانی معلوم ہوگا کہ منحی کی شکل انسی ہے جیسی کہ سکل والی

وکھائی گئی ہے معنی دائیں طرف لاتناہی کک بھیلتا ہے۔ لا کی تربیم ایک مکافی ہے جس کا محور انتصابی ہے (ویکیمو دفعہ ۱۱) اس کا وتر خاص ایک ہے اور اِسکا ماسکہ (، کہا) اور اس کا مرتب فصلوں کے محور کے متوازی نقطہ (، کہا) میں سے گذر نیوالا خط ہے۔

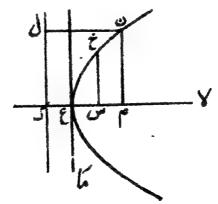
٧- اگر أر ایک سے كم بو تو نفرطى كو قطع نافص كہتے ہیں - اس صورت میں مساوات (۱) كى ياشكل مو جاتى ہ

یا ربط کی بجائے داور وزرا۔ ز) کی بجائے ب

صورت میں اگر فرف کی بجائے و اور و (الله ا) کی بجائے

ب کھا مائے توساوات دا) ہوجاتی ہے

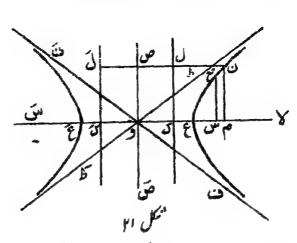
(M)..... + 1 + 1



تعلع ناقص اور زائد کی مساواتی نیاده ساود محکل میں اسطرح عاصل

مِوكُتَى بِنُ نَافِص كِي سَأَوْرِ ٣) مِن ما ي . رَكُو الله على الله على الله کو وو نقطوں برکا ٹنا ہے ایک نقطہ را نقطه ع ،جوع سے دائیں جانہ كو محور المظمر كميت مي اورع مع عام نافض بر مصول کی علامات کو مموظ رکنے سے ع م = ع وز + و م مرصورت میں، فرض کروکہ قدم = لا ع م = لا ، تب بونکہ قطع ناقص کی مساوات آبلا میں لا کی بجائے اوب لا رکہنے اور اختصار کرنے سے

اسی طرح تعلع زید کی ساوات (م) سے ماصل مواج اگرچم یاد رکیس کہ اب ایکی شدسے نامے جارہے ہیں اورع سے
اگرچم یاد رکیس کہ اب انہا تو ہم زبر کو ترک سرکتے ہیں اسطح ناقص اور
نہیں نا ہے جاتے تو ہم زبر کو ترک سرکتے ہیں اسطح ناقص اور
زبدی ساواتیں بالترتیب ہو جائیں گی ان کو معاری شکلیں مانا جاتا ہے۔ ان مساواتوں سے جم دکھتے ہیں کم ددنوں منی دونوں محدہ ان مساواتوں سے جم دیکھتے ہیں کم ددنوں منی دونوں محدہ سے کرد مشاکل ہی مبدئ و نشاکل کا مرز ہے کو کو کو کورطی کا مرکز كت بين - ناقص أور ذائد مراز دار تراشيس بيئ قطع مكاني كالمركز نبيل مواً معینوں کا محور ناقص الشکل ۲۰) سے دو تقاط قس محور ناقص الشکل ۲۰) سے دو تقاط قس محور ناقص ہے میں ص کو محد اصغر کہتے ہیں ۔ بوسکتا ہے کہ لا سمبی اوسے اور ما کہی ب سے ریادو بنیں ہوگا بس ناقص ایک بند منحنی ہے۔ دائرہ ناقص کی آیک خاص شکل معینول کا محوزائد سے نہیں متا کیونکہ جب لا ۔ . تو ما ، ۔ ب ایسی ما خیان ہے کنیزیہ بھی ظاہر ہے کہ آل الا تعداداً او سے کم بولو ا نیالی ہونا ہے لینی قطع زائد کا کوئی جعبہ ان خطوں کے رسیان واقع أبين بونا جوع اورع من سع ع ع يرعمود محيني عائن-سنخی وو شاخوں برمشمل سے جوغ کے والیس طانب الدع کے إئي طِنب دونون بالترتيب لأتنابي يم يعيلتي بي-



طالب علم کے لئے بیمرہ مشق ہوگی اگر وہ نناست کرے کہ خطوط طے طے اور مت مت جن کی مساواتیں ما= سے لا اور

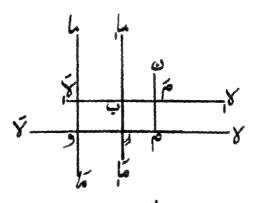
ب کا ہیں شخی کے شقارب ہیں (شکل ۲۱)

اً رب = او تو زائد كو قائم زائد كيت بي م كيونكه اس صورت مي شقاً

ہا ۔ ہر مرکز دار تراشیں و میں سے گزرنے والے معینوں کے محد مَّتُ اکُل ہِی اسٹ کئے یہ نتیجہ نکلنا ہے کہ مرکز فطریعے ماسکہ میں اور مرتب ک ل کئے جواب میں مخروط ب اور ماسكم سن اور أيك اور مرتب ك ل بوكا - بس جس طرح سنحنی اسکہ میں اور مرتب ک ل نے لحاظ سے مرشم کیا گیا تھا اُئٹی طرح ماسکہ میں اور مرتب ک ل کے لحاظ سے بھی مرتشم کیا جاسکتا ہے بشرط کیہ خروج المرکز کے دی رہے۔ کیا جاسکتا ہے بشرط کیہ خروج المرکز کے دہی رہے۔ مخردطی تراشوں نے چند مشہور خواص مشقول ۵ اور 4 میں طینگے

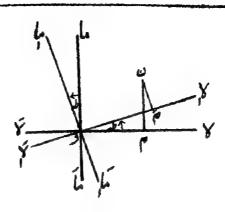
٢٤- ميراً اور محوروں كى تبديلى - سبا اور محوروں كوتبدل

کرنے سے ہم اکثر اوفات سخی کی مسادات کو زیادہ سادہ شکل میں الاسکتے ہیں جس سے سخنی کا نبانا متفاطبتہ آسان ہو جاتا ہے۔ اس نئے محوروں سے متوازی شکل ۲۲ میں فرض کروکہ ب نیا مبدأ ہے اور کا و کا اور ما و صا سے متوازی بالترتیب کی ب کا اور ما ب ما نئے محور ہیں۔



منتكل ۲۴

جب له ادر مای بجائ بانتیب لید ای اورب + ما لکه دما جائے تو زہروں کو غرث کیا داسکتا ہے ملکن سے ما و رکہنا جا ہے کہ روں کو آلائے کے بعدیدا ب سے اور لا سے ماد وم ں ملک ب مم ہے نیز ماسے مراؤ مم ن نہیں ملکہ مَ ن ہے مثال ۔ ماوات ما۔ ہم لا۔ موا۔ ا ، کو اس طرح (ا - ۱) = ١ (لا + 4) ك فكل بس بني ككما با سكما ہے -لا له ليكى بجائ لك يين لا = - ليه لك اور ما - اى بجائ ما يين ما عدام لکھو الفاظ وگیر اس سے ماو ہے کہ مبدأ کو نقطہ (۔ لے ا) پر مقل مراس طرح ساوات ہو جاتی ہے گا ۔ ہم لاک یہ مساوات اور اس لنے ابتدائی سب وات مکانی کو تعبیر کرتی ہے س کا رئس سے میدا پر ہے اور جس کا محور فصلوں کا نیا محور ہے وتر خاص ہم ہے اور نئے محوروں سے کحاظ سے نفظہ (۱،۰)ماٹکر سے اس سے یانے محدوں سے لخاطرے ماسکہ نقطہ (ہے، ۱) ہوگا کیونکہ برائے محدوں کے لحاظ سے کسی نقطہ کے محدد اسل محددول میں نیخ مبدأ کے محدد جس کرنے سے عاصل ہوتے ہیں۔ ٧ - مورول كى تبديلى حبكه ميداً مر بدلا جائ ليكن في محدربان موروں کو کسی شبت یا تنفی زاویہ طد میں سے عمانے سے شکل (۱۴ و) میں فرض کردکہ نقطہ ن کے محدد برانے محورو كالا اورمًا ماك لاد سے وله على اور نظ موروں كل كل ادرمًا ما ك لاظ سار لك م) إي -



شكل ۲۲ (١)

ينى لا = وم الم = م ك لا = وم اكا = م ن ∠ لا و لا = طه = که ما و ما '

المر مثلیث سے ابتدائی اصولوں سے

وم اله وم جمطرة م ن جب طرام ن و وم جب طروم ن جم طر

یعی لا = لا جم طرد ما جب طد اور ما اور ما کی رقوم میں صل کرنے سے برعکس اس کے لا اور ما کو لا اور ما کی رقوم میں صل کرنے سے

تعِف صورتُوں میں طبر کی ایسی قیمت نتخب کرلیا مکن ہوتا ہے نکی ساوات بلانی ساوات کی نسبت آسان مرو یا نکی مساوات

الین ساوات نکل آئے جس کی ترسیم معلوم ہو ۔ مشال ۔ محوروں کو ۵ مم کے زاویہ میں گھانے سے مساوات لا ا= ج ہوجاتی ہے

 $\frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}+\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{V}-\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{\lambda}}{V} = \frac{\ddot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{\lambda}}{V} \times \frac{\dot{\lambda}}$

يوكر (٢) ع لاء الله لا - يا كادر ماء الله لا الله الله الله نئی شکل سے فاہر ہے کہ منحی قائم زائر ہے اور اس کانیم متقاطع محور جس کو دفعہ ۲۹ میں ارسے تبیرکیا گیا تھا الا ج ہے اس لئے معلوم ہواکہ جہا کی ترسیم قائم زائد ہے جہاں اس کے ارب محددول کے محور ہیں ۔ ۔ مبدأ کو نقط (ل ب) پر متقل کیا جائے اور محدول کو ناوی میں سے تھایا جائے ۔ گذشتہ دونوں صورتوں کو ملانے سے ہیں زیادہ عام تنبدیلی حسب زیل حاصل ہوتی ہے۔ لايدل الأجم طرس أجب طداء بالاحب طده أجم طد لا = (لا ـ لي جم طر+ (ا ـ ب) جب طركة ا = - (لا ـ لي جب طرد (ا ـ بي جم ط مشور ۵ تا وتنتک اس کے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو اس مجموعہ سوالات میں مخروطی تراشہ ک کی مساواتیں اُن کی معیاری شکلوں میں قرض ١ - مركز دار فردای تراشون این شایت كرد ك وس ۽ نه دوع وع در دوک ناص کيئے س ع : ع ک = ز = تح س : ع ک اس لئے زرع کس سع ، ع ک ع ک عرب س س ع ع دس وع زیع س+سع بع ک +ع ک = ع ع : ک ک = وع ؛ وک

الذك الله عس عس عك - ك عدوع وك عُس عِي: عَ ك لك ع = وس ؛ وع ٢- شكل ٢٠ يس س نقطه (- الأنه) ب اور س نقطه (اور من ہے ۔ معلی ام میں مل تقطہ (اور ندم) ہے اور مل نقطہ د- اوز من ب -شکل او میں میں نقطہ (ط من) ہے۔ اء تابت كردكه مركز وارتراش كا وترخاص يامتبدل الميد بوما ب م- ع ع دشكل ٢٠) كو قطر مان كر اس بر ايك واكره تحينيا كيا ہے، اگر م ن مدووہ وائرہ سے تی پیر کیے تو ٹابت کروکہ م ك ؛ ح ق ع ب؛ لا عمتقل كيوكم م ق = رع - وم = لا - لا ، م ن = ب (لا - لا) ام وانره کو ناتص کا اماوی وائرہ کیتے ہیں۔ اس طاہر موتا ہے کہ اگر سمسی دائرہ کے معین مع ق کو واخلاً ن پر رِي تَعْيِيرِ كِمَا جَائِ كُونْسِتُ هِ كَا: صِ فَ يَدْمُنْقِلُ تُو ناتص كى مساوات بورى موتى م حكيدالا يدار حمط اور ا يدب جبط

جب اطر " سے ١٠ م عک بدا ہے تو نقطہ ناقص کے گرو لورا مجر لگاتا ہے۔ مشق ہم کی ترتیم کے مطابق اگرن نقطہ (الرحم طرکب جب طر) روزی رسے ۱۰۰۷ خارج المرکز زاویہ بو توطه زاديه ع وق بوساء اس كوك كا غارج المرز زاويه کہتے ہیں۔ 4۔ تابت کردکہ نقط رِ اویت کی اور ت) جاں او کوئی تنقل ہے ت کی ہرایک تیمت سے نئے مکانی پر واقع ہوتا ہے۔ ٤ ـ شكل ١٠ بن اگر فوص = لا توثابت كروكرس ك = او له لا الم سك ن = او - زيلا اورس ن + س ن = ١ او كيوكم س ن يار بال ن يار برك و الريدوم عاله رالا سَ ن = ز بدن لَ = ز بدوكَ - ز بدوم = او زلا س ن اورس ن کو ن سے اسی فاصلے کتے ہیں ابدا تطع ناقص میں اسکی فاعملوں کا مجموعہ مستقل محوماً ہے اور بیتقل محور ے طول کے ساوی ہوتا ہے۔ اشکل ابا میں اگر و م = لا تو ابت کروکوس ن = زادہ ار ﴿ اللَّهُ السَّلَّ عَن ف س ن = مِ إِذْ اس لَنْ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ اللَّهُ مركسى نقط مے أكل فاصلوں كا فرق ستقل أدا بعد و - تطع مكانى (شكل ١٩) مين تابت مروكه س ن وك ع و ع م وع الله وع م و ط و لا جان قطر ن کا تصلی ہے۔ کسی مخروطی (شکل ۱۹،۲۰) پر کوئی نقطیر ف لیا گیا ہے ن في (مدوده بشرط ضرورت) مرتب ك لي سيم ي پر میں ہے ایت کروکہ میں ہے اس میں تی سے بیرونی زاویا ئی تنفیف کرتا ہے سوائے اس صورت کے حبکہ ن اور تی زالما

کی خلف شاخوں پر واقع ہوں جسس صورت میں میں ہے اندرونی زاویہ کی شفیف کر گیا۔ ق نے عمود کینچوک ل بر اتب میں ن دن ل دن ل دن ہے میں ق و ت نے

اس نے س ن: س ق و ن ل اق ل و ن ع ب ق م بس اقلیدس م و ش س سے مئلہ ثابت ہوتا ہے۔ اا- جو مخروطیاں ویل کی مساواتوں سے تبییر ہوتی ہیں انہیں مرسم کرو اور ان یں سے مہرایک کا خروج المرکز معلم کرو

(1) (17)=7 (1) 7 (2-4)=7

(ا) بُرِ الله الله مِنْ عا اور نباً وزُرا - زَرُ اللهُ لأ عَرْ اللهِ اللهُ معْمِو ۱۲ - مبدأ كو نقطه (الم - مب) بر نقفل كرنے سے تنابت كروكر اگر حق كو مبدأ اور حق حق كو معينوں كا محور انا جائے تو ناقص كى معادات سه ہوگى

الر مبدأ نقطه ص پر ہو اور ص ص تو معینوں کا محد انا اگر مبدأ نقطه ص پر ہو اور ص ص تو معینوں کا محد انا جائے تو مساوات لا + ان لا بات بوگ ہے، ہوگ ۔ الا ۔ ل م کی قیشیں ط کو نب کی رقوم میں معلوم کرنے سے ثابت کروکہ جب ل مثبت ہو تو مساوات

ماً یہ ل لاہ م لا اللہ میں اللہ میں ہو (۱) تطع مکافی کو آگر میں صفر ہو (۱) تطع

ناقص کو اگر مع منفی ہو اور برقطع ناقص و اگرہ ہو جاتا ہے

اگر م = - ا (٣) قطع نائد کو اگر مع خبت ہو

نابت کرد کہ آگر مع منفی ہو اور تعداداً ایک سے بڑا ہو تو ناقص
کا محرر اعظم معینوں کے محر پر واقع ہوتا ہے نیز نابت کرد کہ آگر

ل منفی ہو تو مجی مندرجہ بالا نتائج برقوار رہتے ہیں - [دفعہ ٢٩ مافا دا) میں لا کی علامت پر نوٹ ملاحظہ ہو]

دا) میں لا کی علامت پر نوٹ ملاحظہ ہو]

مرت مرو

رد) نا ہے ہم لا - لے لو (دبانت کرد - اور ان کا خروج المرکز دریافت کرد - اور ان کا خروج المرکز دریافت کرد -

م ما ۔ لائے ما 4 الا۔ ۵ ۔ • نقطر (۴۲۔ ا) میں سے گزرنے والے وو خطوط سنیقیم کو تجیر کا

い(K++いT)=じ(K)

دوسرے الفاظ میں اگر تعاعل کی وجہ کو تقدیر ۲ آ کے کسی صغف مے کم یا زیادہ کردیا جامے تو تفاعل کی قبیت میں کوئی تربلی واقع ں ہوتی۔ اس عدد ہم ہم کو تفاعل کا دور ہمتے ہیں۔ ماس اور ں اُتھام کا اس سے چھوٹا دور ۱۳ میں ہے۔ معلوب تفاعلوں کی ترسیس ونعہ ۲۵ سے طرفیہ سے املی تفاعلوں کی ترسیموں کو زاویہ سلا و ما سے منصف سے گرد سے بنائی جاسکتی ہیں۔مقلوب تفاعلوں کو ایک قیمت والا تفاعل بنانے سے گئے ہم یہ مان کینگے کہ جبب الا م فتراً لا مم الاسے مرف وہ اویہ تعییر ہوتا ہے جو۔ اللہ اور + 1 کے دریان دائع ہوا ہے ادرجم الا اور قط الاسے وہ الویہ تجبیر ہوتا ہے جو . اور 77 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔ مثلًا جب الله على عبر الله المعلى جم الريس = هم المجم الا عمر الا علم الا علم الله سن الادم الد على الرلا شبت بد اور = - سل اگر لا منى بو متنقی ا۔ آیک ہی محوروں کے لحاظ سے حبب لا 'م حب لا) عجب لا الم جب لا الم جب لا كل ترسيس ٢٠ ١١ اور TY کے درمیان ناؤر شق ا۔ آیک بھی موروں کے لحاظ سے حبب یا الا مجب لا

جب ہو لا کی ترقیس - ۲ ہر اور ۲ ہے درمیان بناؤ۔ سق سے جب لے الا ہجب لا ہجب مالا کی ترسیم شق ا کی تربیوں کی مدوسے بناؤ (- ہے کے لا کے آپ نیق سے جب لاکی ترسیم سے صاب نگانے سے بغیرجب (لا داد) ترسیم حال کروجہاں و کوئی المبت یامنی عدد ہے ، اس سے الواجم له = الآجب (له + ١٠٠٠) وقيره] ب متنق لم سوال ١٠ ك ترقيم ك موافق نقطه ك داسته كى یم باد ببه ۱۱) لاه ۱۳ ت کم هر سرجه سرم لا= برت على سوم الاء اجمن في العدب جب ن ٩٧ _ قوت ناني اور لو كارتمي تفاعل ... لا كو له كا قوت نائي تفاك کتے ہیں اراس و کوئی مثبت متعل ہے اور قوت لا تفاعل کی وجہ ج " رلا بہیشہ شبت رہتا ہے۔ آگر لا کوئی تبت کسر ہے۔ ہورجا م اور ن صیح عدد ہیں) تو رلا سے آگر کا ن واں رشبت) جدر مراد بوكا المرك منفى مسرم وشلاً - مل رم اور ك صحيح عدد ہیں) تو الا سے آئے ک ن ویں (شبت)جند کا شکافی مراد ہوگا

(۱) ار فرض کروکه او = الله جهال ب >١) تو جيد لا ے سے دع مک بڑہا ہے، الا آیک بہت بڑے مبت عدد بع سے کم ہوتے ہوتے ایک بہت چوٹے مبت عدد ب علم مکس گھٹتا ہے۔ ہے ج شکل ۲۲ میں الاکی ترمیم کو تعبیر کرتا ہے جبکہ او یہ ۲ کم محور کا سے منفی سرے سے قریب متقاربانہ طور پر آتی ہے۔ راد ایک سے بڑا ہو تو لہدایک سے چیوٹا موکا اور جونکہ

ں وائے لوکارٹروں میں معمولی قاعدہ تی روسے تخول ہوئے لوكي الا = لوك لا x لوك و = لوك لا ب لوك و ا أيس وقت مجت مين أف كا جب

ن میش آئی ہے بینی اس وُقت مبکہ لاہ رو تیمیت سے قریب آئے مندہ ما کی تیمٹ تعداداً ببت بڑی ہوجاتی ہے ویکیو و فعسنہ مراہ س مثلاً أكر ما = لى توحب للارشال ك طوريد) بينه سے يدل كر ۔ رہو جانا سے تو ما ...، سے بدل کر ۱۰۰۱ ہو جاتا ہے۔ یعنی لا کی قیمت میں نہا ہت ہی خفیون سا اضافہ ما كي قيمت من إيك بالأفي كا اضافه بيدا كرتا ب - ج م می اور می قریب آ جا آ ہے تو لا کی تبیت میں اتنی ہی تبدیلی ماکی تمیت میں اور مجمی بڑی تبدیلی ببدا کرتی ہے۔ نیں رہا یا یوں کبیں کے اے غیرملسل ہو جاتا ہے -

ر لا) کی ترسیم سے ف رک لا) کی ترسیم ستبط کرہ جا اور ف (ك لا) كى ترسيم كو ت سے - الرالا = او توت كا سين ف رك لو) بيو كالكين فن (ك لو) تفاعل ف (لا) كا لا = الا نت سے معین سے ساوی مہوتا ہے جبکہ لا = ک او چونکہ او سے فصلہ کی کوئی قیمت مراد مہو شکتی ہے اس کیے

تغير مزيد حساب ألك في سن كي تدريثم معلوم یوں سرکہ سکتے ہیں کہ ہر ایک خط جو محد کا سے متوانی ازے کر جانا ہے اور محور ماک متوازی می

٧_مشق ماقبل سے اصول کی مرد سے (۱) حب لا کی ترسیم سے لا اور جب ولا کی ترسیس (۲) کا کی ترسیم سے الا کی ترسیم (۳) الکی ترسیم سے ہا کہ لاکی ترسیم عاصل کرو۔ سا۔ ف (لا) کی ترسیم عاصل کرد جہاں ج اور کہ متقل این -

نافس $\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 1$ کی ترسیم طال کرو (١) وائره لائه الله الله والله كا ترسيم ي ۲۶) دائدہ لا ﷺ ما ہے اکی ترسیم سے ہم ۔ ایک نقطہ ایک سطح مستوی میں اس طرح حرکت کرتا ہے کہ وتت ت يراس ك محدد لا = وت جم عد اور ما = وت جب عد لل ج سام برا عايت كروك اس نقطه کا طریق ایک مکافی ہے جس کا محدر انتصابی اور نیمے کی طن ہے رأس (ورجب عدجم عد ، ورجب عد) ہے اور وتر خاص م و المعلم عمر عمر الشق م سوال ١٠ سے مقابلہ کو ت كو ساقط كرنے سے لا اور ما ميں يه مساوات عال موتى ہے (الا و وحب عدم عدم عدم عدم عدم الأحم عد (ا- وحب عد) ہ ۔ شابت کروکہ مشق اقبل سے مسافی کے مرتب سی ساوات ہے ہ ۔ اگر ایک نقطہ کے محدد م لاد الباب الماء الباب الماج ب سے مال ہوں جہاں سے کوئی متغیرے اور لو ب متقل میں باتو ٹابت کروکہ نفطہ کا طریق عام طور پر

ہے جس کا رأس نقطہ (ا- باب ، او باک ع اور جن کا ے ۔ وفعہ ٤٧ (٧) کے اسحافے مساوات فیل بیر عالمہ کرو الدائد ١٠٠٠ الما ١٠٠٠ ما اله ١٠٠٠ (١) اور ثابت کرد که نئی ساوات یه مهو کی ل لا + ع لا م بد م الم جهال ل و ارجم طر+۱ب حب طرحم طد + ب حب طد م = (ج - را) جب طرحم طد + ب (عم طد حب طه) ن ۽ ارجب طربه ١ ب جب طرب طرم طرب جرستم طر ر - نابت کروکه سوال یکی مساوات (۱) عام طور بر مرکز دار مخروطی بر کرنی ہے۔ ساوات (م) ہوجاتی ہے ک لا ان کا = دیج دفعہ ۲۹ کی ماوات (۵) ہے اگر م = ، انہم ہمیشہ طہ کے لئے ایک والین قیمت نتخب کرسے ہیں جس سے ہم معدوم ہو جائے کیونکہ اج - ان جب طرحم طرب (جم طريجب طم) و الرمس اطر = الم اور از ب ، ج کی خواہ کیجہ ہی قیمتیں میول ہم ہمیشہ ایک ایا ناویہ معلوم کرسکتے میں جو اس سے بعد جم طرم اور کرے ، اس سے بعد جم طرم اور کرے ، اس سے بعد جم طرح اور حب طیم کی جو قیمتیس ایس مساوات سے حاصل ہوں ل اور ن کی فیستوں میں مندرج کروینی چاہئیں ۔

9- محددوں کے تحروں کو ہم میں سے کھانے سے ٹایت کورک 21=161+621-211 رنطع ناقص کو تعییر کرتی ہے جس سے محور ۲ اور ۲م میں متمی کا خاکہ کینیو۔ ۱۰- ایک نقطہ کے محدد ما داتوں لا= وجم المرت عا=ب جم ١ ١٦ (ت + عد) سے مصل ہوتے ہیں جہال مت کوئی شغیر ہے، فرض کروکہ وقت ہے، خابت کروکہ وقت ہے، خابت کروکہ وقت ہے، خابت کروکہ وقت ہے اد ایک تقطه کے محدو قبل کی ساوانوں لا= رجم (١٣٥٠) ا = ب جم (١٣٠٠) سے حال رہوتے میں 'ہاہت کروکہ نقطبہ تطع مکافی مرسم کرا ہے ۱۷ ۔ ذیل کی ساواتوں سے جو مرکز دار مخوطیاں تبییر ہوئی ہیں ان کے تحوروں کے طول اور اُن سے مرکز معلوم سرو (1) 7 (2) + 6 4-71 (2 + 72) + 77 1= -·= 101 + 6 8. + 3 44 + 6 8- 50 + (1) ما دات (١) كو اسس طرح لكما باسكتاب

1= (1+1) + (1-1) سا۔ موروں کو وہم میں سے تھائے سے تابت کروکہ ساوات (1) - (1) JT = 12/31 زبروں کو گرانے کے بعد ہوجاتی ہ ······ タレーニーーレーショル(レータ) شکل (م) سے وکھا و کہ منعنی کو ایک متنفارب فصلوں سے کے مجور رعمود وارب، علاوہ ازیں دھیاؤکہ نیا لا اس ک سے بڑا نہیں ہو اور ند (جبریه طور بر) بیش سے م ہوسکتا ہے کی کو مثبت مانا کیا م ما۔ شکل موسی میں میں کو مبدأ میں سے کو ابتدائی خطا کو میں ن اور کے ک سی بن کو طد فض کرنے سے ٹابت کردک ٹائفو ی تولی مساوات یه سوگ جاں ل = فرید کی س ہے س ع ہے ٹیم وتر خاص ۔ راجل کی تعربیت کی روسے س ن یہ فرید ل ن اسب جونک راجل کی تعربیت کی روسے س ن یہ فرید ل ن اسب جونک اُل دن یہ ک س بس م اسلے رائے زید ک س ب فرید س م عل + ز x رجم و ١٠- طر) = ل - ز x لرجم طر اس نے اور ا+ زجم طبہ علی اس نے اور ا+ زجم طبہ علی است کے ابتدائی ظاہو است کے ابتدائی ظاہو

مشق

١٧- ثابت كروكر تعلع مكافى (شكل ١٩) كى قطبى مساوات ہے ر = المجمع طيم جہاں برط =س ح اور زاویہ ک س ن =طم میراً سی ہے اوْرابتدائی خط مس ک اگر زاویه ۷ س ن = طر تو بهبر استم ط ی بجائے اے حیم طبر لینا ہوگا۔ عرات ابت كروكه نقطه (لا على سع خط ما له مسس طه يه بي الم- الإسس طي موكا-جو عمود نکالا جائے اس کا طول فسكل ۲۷ دل وفعه ٧٧ مين فرض كروكه ك تقطه ركو ١٠) ٢٠ تب مطلوبه عمود مم ك بهوكا كيوكه كل و لا خط ما - له ملسل طهريه. يم ليكن دنده ٢٠ كي مساوات (م) كي روس م ك يه مايه الجم طه - لإجب طد = جم طد (الم - لا مس طد) = مار - لإ مسى طه المرا الم مسى طه سس طہ کی بجائے ۔ لیے رکھنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ نقطہ (لل الم) سے طولال ب ا = . برجو عمود نكالا جاسكتا ہے اش كا طول الرب ب الم ب مشق

جلہ اللاب ما میں لائ ماکی بجائے لائ ما درج کرد اور لا اور ماسے سرول سے مربوں سے مجموعہ سے جدر پر تفسیم کرد۔ ١٨ - موال ماقبل كي طريقت سے تا بيت مروكه نگفطه ١ له ١ ما ١ سے خط اولو+ ب ما +ج = . پر جو عمود مھنج سکتا ہے اش الاب الماجع ب کے لئے جو حبلہ اوپر حاصل ہوتا ہے اُس کِی علامت + بِ البِهِ مَنفَى مِوادر منفى رُوكَى أَرُ يه منفى موانط ر سے بیلے جمیشہ مثبت علامت متصرف حیال کی جائے لین اس کی عددی فیرت ایشه مطلق طول کو تعبیر کرے گی۔ 19- ذیل کی صورتوں میں عمو ودن کا طول معلوم کرو: (۱) نقطه (۱٬۲) سے خط ۱۷ الا - ۲۷ ما + ۵ = ٠ ير (٧) نقطه (١٠-١) سے خط ١١٧-١١ ١٠-١-٠٠ تقيم لله جم طر+ لي حب طر= ايرنقاط (١) (٠٠) (١) (زوائي) (١) (- زوائم-) سے جوعمود کھینے سکتے ہیں اُن کے طول معلوم کرد۔ ارُزا = الله المراب تو تابت كروكم نقاط بالا دم) اور (٣) سے جوعمود کھنچ سکتے ہیں اُن کا عال ضرب ب کے مساوی ہے۔ ۱۱۔ نابت کروکہ سوال ماقبل کا خط مستقیم قطع ناقص

سے مرت ایک نقطہ (او تجم طر، ب جب طر) پر مل ہے دستی

سوالات و اور ۱ سے مقابد کرد)

رو آسکون سے کھنچے گئے ہیں ۔ (دکھوشق ۱ سوال و)

رو آسکون سے کھنچے گئے ہیں ۔ (دکھوشق ۱ سوال و)

رو آسکون سے کھنچے گئے ہیں ۔ (دکھوشق ۱ سوال و)

رو آسکون سے کھنچے گئے ہیں ۔ و دکھوشق اسوال و)

ن بر نے اور خطوط و طر و فت سے ق اور ق بر کے تو تابت کردکہ

ق ک یہ ن ق ہے م قلے م ن اور و فت مقارب ہیں ان ساواتوں سے نابت کردکہ وط اور و فت مقارب ہیں ان ساواتوں سے نابت کردکہ وط اور و فت مقارب ہیں نیزن تی اور ت تی مساوی ہیں ۔



بابجارم

شرح اورائتها

منرمیں۔ احصاف تفرقات کا اماسی سجت یہ ہے کا کی تبدیل کی شرح کو اس کی دجہ کے لحاظ سے معلوم ک وقت کے عفیر کی شمولیت لارمی

اگر لا بر لا تو اضافہ مثبت ہے، جس کا یہ مطلب ہے کہ لا ریہ طور پر بڑسٹا ہے، اگر لا حر لا تو اضافہ منھی ہے، جس ر لا جبر طور پر کم ہوتا ہے۔ دونوں صورتول میں "کا استعال کیا جاتا ہے جہال منفی "اضافہ" سے جبریہ محمی مراہ ہوتی ہے۔ يوكر لا - لا = مف لا اس لئے لا = لا من الا اس اگر لاسے بدل کر کوئی اور تعیمت اختیار کرے اور آگر لا کا اضافیہ ن كروك ما كوني تفاعل ب لا كا شلاً ٥ لا - سواور لا الم تنجیر الا **کاک کونی تناظر قیمتیں ہیں الحجکیہ لا کا اوا سے بدل کر الا ہ** اصالا مو جاتا ہے تو فرض کروکہ ما میں تفدر معن با کے اضافہ ہوتا ہ یعنی لا به مف لا کے بواب میں ماکی قیمت المدمف الم ہے اس m-(2) 6= 0 (1 - 0 (1 - 0) 0 = 1 اس لئے مف ا یہ و مف الا اكر ما = اللا + الا - اتواى ترقيم كو استنال ك بريمي على موا اء الكباد المرائد الدين الإستالة) ٢٠ الدينالة) ١٠ الدينالة) ١٠

اِس کئے دوسری مساوات کے دائیں رکن تیسلی مساوات سے وائیں کین کو اور دوسری مساوات کے بائیں رکن سے مساوات سے بائیں رکن

كو تفريق كرنے سے

مف ا= ۱ لا مف لا+ س (مف لا) + عمف لا = (الإ+ ع) مف لا + س (مف لا) عام طور بر اگر ما = ف (لا)

لومف ما = ف (لا + مف لا) - ف (لا) عمف ف (لا) خواه متغبردن موسم حون سے تعبیر کیا جائے ہی ترقیم استعال میجاتی ہے مثلاً اگر س = فسر د ت

مف س = فررت من ت) - فررت) = مف فررت)

اعمرہ وغیرہ حواکہ اضافوں کو معلوم کرنے کا یہ طریقہ متوانر استعال ہوآ ہے کا لیب علم کو جائے کہ اس سے سجوبی واقب ہو جائے اہذا

ہے کو طاقب علم کو جا ہے کہ اس سے سجوبی واقعت ہو جائے اندا اسے ذیل می شالیں بورے طور پر حل کرنی جا میں ۔

من ار اگر ما = الر تو ناب کردکد مف ما = - الامف لا+ (مفالا) منتقی ا - اگر ما = لوگر تو ناب کردکد مف ما = - (لا+مف لا) لوگر منتق ۲ - اگرف (لا) = لاگر تو نابت کردکه

مف ف (لا) = س لا مف لا + س لا رمف لا) + (مفلا)

مشق م- اگر ما = لوک لا تو نابت کردکه

مف ا عف لوك له = لوك لهدمف له = لوك (المفله)

مشق ٢- أكراء لو مف ما= (لإبعف لم) - لم اس سعف

1.

مف مل محسوب كرو حبكيد لا = ١٠ مف لا = ١٠ ٥٥ او ١٠٠ وا ١٠٠ ا مشق ۵ ۔ 'اگر ماہ جب لا تو تابت کردکہ مف ا ٥ مف جب لا عب رلائمفلا) مف لا جدولوں کی مدد سے مف اور مف اور کی قیمتیں کو اور مف لو کی مندر کبر ڈیل نیمتوں سے لئے تکھوب کرو جہاں پایمتیر زاوید کی قیمت کو درجوں میں تعبیر کرتی ہیں۔ (١) لم = ٣٠ مف لم = ١ ٥١ ١١ أ (١) له = ١٠، مف له = ١١ ٥٥ ، ١١ شق ١- اگر ١= لوك لا تومف الار مف الا سے معلوم کرو (۱) جبكر لإ = ماس اور مف لا = ۱'۱' ٥٤ اء (٢) عبكه للإ= ٢، اور مف لا = ٢،١١ او ١٠٠٠ . بيكسال تغير - جب سي تفاعل كي وليل يا وجه سلسله وارله كلا كلا كلا كله قيتين انتيار كرك تو إن ك جواب من تفاعل سلسله دار ما كل كل كل ما میتیں اختیار کرے گا۔ جب تفاعل کے اضافہ کو وج کے تناظر اضافہ ساقة متقل نبت موتواسے اون بیان کرتے ہیں کہ تفاعل اں طور پر بدلتا ہے یا اپنی وجہ کے تحاظ سے آیک متقل شرم برتنا ہے۔ اگر متقل نبیت او ہو تو

しょーリート(ピード) リーカート(ピード) ہے اور سفی تھی اور اس کی مقدار تھی کیمہ بی موسکتی ہے ، اس سے جواب میں تفاعل کا اضافہ جیشہ لو (لا - لار) ہے اور جب وج میں دو مساوی اضافے واقع مردں کو این کے جواب میر تفاعل سے جو دو اضافے ہو مگے وہ مبی اہم سادی ہو سے کا ہر ہے کہ تیباں طول پر برلنے والا تفاعل ای کا سے خطی تفاعل ہوتا ہے کیونکہ جب ولیل کسی آیا کا سے خطی کوئی دوسری قیمت لا اختیار کرتی ہے تو وض رو کہ تفاعل ما سے بلکر ما ہوجاتا ہے ' تب وصر کا افاہ (لد - لد) ہے اور تفاعل کا اضافہ ما ۔ ما ' اور يني الع الله الماء الله ي لا الم وجد اور تفاعل كي مفره فيمتيل بن اورنسبت ا معقل ہے اس بید اولا کا خطی تفائل ہے۔ س اس کے یہ آمانی سے ویکھا ط سکتا سے کداگر ہا ال كا خلى تفاعل الراجب بوتو ما للحاظ لا سي كيسال طورير بدلتا ہے -کیمیاں شرح کا ناب - متقل نسبت لاکو ائس شرح کا ناب کیمیاں شرح کا ناب - متقل نسبت لاکو ائس شرح کا ناب مانا جاتا ہے تصن سے تفاعل للجاظ اپنی ولیل سے بدلتا ہے

رقبه = قاعده × ارتفاع

رفار = فاصله

اگر اِن کو جبرو مقابلہ کے عام معہوم کے مطابق مساواتیں تصور کیا دائی تو اِن کی تعبیب یہ بھوگ کر" رقبہ میں مربع فوں (یا مربع انتوں) کی تعداد قاعدہ اور ارتفاع میں سے بر ایک بیں خطی فوں (یا انتوں) کی تعداد کے ماسل ضرب کے مساوی موتی ہے " اور" زفتار کی اکائیوں کی تعداد اُس خارج تسمت سے مساوی مہوتی ہے جو فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد اُس خارج تسمت سے مساوی مہوتی ہے جو فاصلہ کی اکائیوں کی تعداد کر قشیم کرنے سے عاصل مو" ۔

کیں ان ساواتوں کی تعییر پراور طرح سے بھی ہم غور کرکتے ہیں۔ وض کرد کہ ذیل سے حروث نسخ عردوں کو نہیں بلکہ مقداروں کو تعبیر کے میں۔ کی اکائی طول سے خطے متقیم کو تعبیر کرتا ہے اور ت وت سے اکائی وقفہ کو ظامر کرتا ہے۔ اگر خط کی برے مربع کو اکائی رقبہ مانا جائے اور ائس جسم کی رقبار کو جو کمیساں طور پر وقت ت میں ا فاصلہ کی طے کرتا ہے رفبار کی اکائی تصور کیا جائے تو ان مساواتو

ما ملا ک سے ہو، ہے رساری ہاں صورت ہیں ہوں سے کو رسال کو انگائی مقداروں کی رقوم میں اس طرح بیان کہا جاسکت ہے اکائی رقبہ یہ کل یہ کل کائی رفقار یہ ہیں۔

اور قوت ناوُں کے جبریہ توانین کے مطابق این علاسنوں کو ملائے اکائی رقبہ یہ کل ' اکائی رفقار یہ کل ت

ان ساواتوں کو عام طور پر ابعادی ساوائیں کتے ہیں اور ان میں قوت نا مقداروں کے ابعاد کو ظاہر کرتے ہیں امثلاً بعلی ساوات سے یہ تعبیر مہوتا ہے کہ اکائی رقبہ میں ل کے دوبعد مونے ہیں اور دوسری ساوات اس اور کو ظاہر کرتی ہے کہ رفتار کی اکائی ک یں ایکداورت میں ۔ ابعدراتہی ہے جی کھ سب رقبے اس طرح کی مقداری

لُ تَ اللهِ وَكَا كِيونكُ معيار حَركت تحميت اور رفاركا عامل ضرب مِنْ يَايًا جِآلَاتِ تُو اس كَا يُعَدِّ صَفْر بِهُوَّا ہِ كِيوْكُونِيمَ لَطَ سے ماصل موہ ہے اس کئے اس کا ، اضا فہ کی اُکائی کو حسیب خو*اہ* رف آنگ مکنٹ رہے یا اس سے بھی کم ، ۳۰ میل فی گھنٹ رفتار ہے بیل فی منٹ یا ۱۹۷ فٹ فی سکنڈ کی رفتار سے اوی ہے۔ شغیر (غیر کمیاں) تبدیلی برسجٹ سرنے وقت کیساں

کے گئے طالب علم کو جانکے مفناطيس يمكلين كي طبيعي اكائيال. نہیں رکہنا یا دوسرے لفظوں میں وجہ کے دو مساوی اضافوں کے جواب میں تفاعل سے ہمیشہ دو مسادی اضافے عامل نہیں

ہوتے۔ اس صورت کو یوں بیان کرتے ہیں کہ تفاعل باخاط اپنی سے کیسال طور پر نہیں براتا تعنی متغیر شرح کے موافق براتا ؟ تو ما كى قيت مل سے بل +ك بو جاتى ہے۔ تب ما ما كى قيت مل سے ۔ تب ما دلا + صرف ك = الا صرب ط اسك ك = الرب ماوراس طح سي ك = الرب م بندا دو نبین کے اور کتے غیرمساوی ہیں یعنی ما کمافا لا کے کیساں طور پر نہیں بدت -اِس صورت میں نسبت کے اور لا دونوں پر منحم ہے ، برعکس اس کے یکساں طور پر بدلنے والے تفاعل کی ا برالانبار خصوصیت یہ ہے کہ نسبت کے کی قیمت نہ تو ھ پر اور نہ لا کی تیت لا بر جہاں سے اض ا سا۔ اوسط شرح ۔ ہے ہم اوسط شرح کی توبیف کرنے ہیں ایسے ، تفاعل کے بدائے کی اوسط شرح بنجاط اپنی دلیل یا وج کے دو کیساں شرح ہے جس کے موافق دج کے اضافہ ہے کے دو کیساں شرح ہے جس کے موافق دج و جو فی الحقیقت تفاعل کا افیافہ ہے ۔ اس سے طاہر ہے کہ اوسط شرح کے ہے، دف گذشتہ کی شال میں وہ اوسط شرح جس کے موافق ما بلیاظ لا کے بدن ہے جبکہ موخوالدکر لا سے بدلکر لا + ھر ہو جائے کے = ١٤ ١ + ١٩ مر ہے اور جس اوسط شرح سے ما بلیافی لا کے بدن ہے جبکہ لا اور سے برکر لا + ھر ہو جائے۔
سے بدکر لا + ھر ہو جائے۔

ك = الإ+ ١٠

ہے ہیں اوسط نثرے لا اور ھ دونوں پر منحصر ہوتی ہے۔
جب دجہ لا سے لا + ھ کک برلے تو طبعی طور سے ہم دیکتے ہیں کہ جننا
جھوٹا ھ ہوگا اتنا ہی زیادہ صحت سے اوسط شرح لا بر تفاعل
سے بدلنے کی حقیقی شرح کو تجیہ کرے گی۔ لیکن جننا ھ کو بتدریم
کم کیا جاتا ہے اتنا ہی اوسط شرح کا لا + س ھ خاص عدد
الا ہے زیادہ قریب آتی جاتی ہے 'ادسط شرح کبھی طبیک
طور پر لالا کے مسادی نہیں ہوئی کیونک لا کو بائعل صفر سے
طور پر لالا کے مسادی نہیں ہوئی کیونک لا کو بائعل صفر سے
مساوی فرض کرنا ہے سعنی ہے 'گویا ایسی صورت میں ہم یہ فرض
مساوی فرض کرنا ہے سعنی ہے 'گویا ایسی صورت میں ہم یہ فرض
کرتے ہیں کہ لا 'لا سے بائعل نہیں براتا اور جب لا براتا ہی
ہوٹا ہو بشرطیکہ مطلق صفر نہ ہو تو ہم خارج قسمت کے محب
ہوٹا ہو بشرطیکہ مطلق صفر نہ ہو تو ہم خارج قسمت کے محب
اوسط شرح معلوم کر سکتے ہیں۔
اوسط شرح معلوم کر سکتے ہیں۔

فرض نہ کریں) کہ 1 لا + س مر اور 1 لا کا فرق تعنی س مدکی چھوٹی سے چھوٹی کسر سے بھی جس کا ہم نام نے سکیں چوٹاہو نشر طیکہ یہ کسر بالکل صفر سے مساوی نہ ہو۔ مثلاً فرق ۱۰۰۱ء کم ہوگا آگہ ہر فقداداً کم ہو ۱۰۰۱ کی ایک تہائی سے لینی س.دسے

وانق ما مجاط لا کے برت ہے جکہ لا سے ' ما یا سے لوا البحاظ اپنی وجہ کے رت لا پر ہی موقو لا کی ہر قیت پر صادق آتا ہے۔ ہوتی ہے۔ مثلًا لا کی تیمت بے کے لئے تفاعل کی جو شہا تتبدل ہے ایسس سے ڈگنی سرعت سے ساتھ تفاعل بدینا نبت ایک ہو اور گئنی سرعت سے ساتھ جبکہ ۔ ہو اور چوگنی سرعت سے ساتھ جبکہ لا کی ب علم كو جائي كه إن بيانات كا مقالمه ' 'رہا ہے کو ترسیم کا 'نقطہ اوپر کی طرف حرکت ں سے آگر لا منفی ہو تو شرح تعبی منفی ہوتی

نا ہے وہ اتبدائے مرکت سے کت سکنٹر سے بعد ہوت یعنی وقت سے پر زقار ہوت فط فی ٹانیہ ہوگ۔ کے اٹھی طرح زمین نشیں ہوگیا ہے کا طریفیا نماور مبنی ہے اس ۔ ثین اجزا پر مبنی کے لیہ عین مطالق ہے کہ حد جبنا حیونا ہو گا اتناہی فاج

تسمت اس شرح کو زیادہ تعییج طور پر تعبیر کرے گا میں کے موافق تفاعل بلنا ہے جب کہ اس کی وجہ کی قیمت لا سے بدل کرلاءھ موجاتی ہے۔عام طور پر ایسا ہوتا ہے کہ حد کو ختنا چھوٹا کیاجائے خارج قسمت کے کی قیمت آتنی ہی ایک خاص عدد کے قریب متغرشرح كأماب

حد كو اتنا جيونا بناسكتے أي كه كي اور ايك ت آور علوم متعارفہ سے شروع ہو **ر** اسلی اور بیا ناب ہےائ*ں شرح کا جس کے موافق* ے لا کی ایک خاص قینت لا پر براتا ہے ، اندلال پر ہم نے شرح کی تعریف کی خا فيمتين تمائش سے بہت جلد اوائے گا جس سے بعد و ر میں تمینر کرنا مشکل ہونگا 'اس طرح پر جو ھے کی جمولی کے ملیگی اور اسکے مال حو اوسط منٹرے متعین ہوگی وہ ائس طانق ہوگی جو ہمارے مدکورہ بالاعمل اور تعرفیف سے حاسل ہوتی نق ا - اگر ف = ب ج سال تو ده شرح معلوم كروس ف بخاظ ت کے بدتا ہے حکبہ ت کی قیمتیں ، کو اور اور اور مشق ٢- آگرد = الله تو وه شرح معلوم كرو حس عد لجافا ح کے بدت ہے جکہ ح = ح

۸۷ - انتهائیں - بادی انظر میں ایسا معلوم بہوتا ہے کہ شرح ۱۷ اوسط شرح و الا + ۳ حد میں محض مد کو صفر رکھنے سے عاصل موسكتى ميم ليكن وراصل اليها كونا جائز تهين كيونكه مساوات <u>ل</u> = ۱ لا + ۲ م صرف اس مغروض کی نبایر قائم کی جاسکتی ہے کہ حد صف

ہے اور الجرابی تقلیم کے قوامد کو ثابت کرنے کیں وہ صورت میں مصرف میں مقلعم علیہ صفر ہو بالتصریح خارج کردی گئی ہے۔علاد اس کے اگر ھے ۔ توک مجی صفر ہوگا اور خارج قسمت کے کی

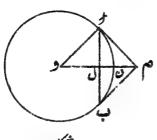
شکل صفے ہوگی جس کے مطلق کوئی معنی نہیں۔ قیمت لا پر ا لاکو تبدیکی کی شرح خیال کرنے کی عام فہم وجریہ ہے کہ مد کو بندرج محبولا سے جانے سے اوسط شرح عمی ایک فام عدد ۱ لا مے قریب آتی جاتی ہے [اس تقرب کے سئے دفنہ ۲س

كى مثانوں م كوم و بن مف ملك كى قيمتيں الافط ہوں] ریاضی کی زبان میں اس عدد کی تعیابی کو جس کی طرف خارج شمت کے کی قیمت رجع کرتی ہے خارج قیمت کے کی انتہاماکی كت بي مكر مه كي قيت انتها بي صفر مو باكم میں حد ایک متغیر ہے جو منفی یا منتبت مہو سکتا ہے اور سوائے صفرے اس کی تجہہ ہی قیمت ہو سکتی ہے۔ یا یوں کئے کہ صفر ایک ایسی حد ہے جس سے قریب عدو ندکور آنا جاتا ہے مگراس

انتهاکی باضابطہ توبیت ورج کرنے سے پہلے ہم نمونہ کے طور پر غد مثانوں پر غور کریگئے احتیاط کے ساتھ ان کا مطابعہ کرنے سے اس نفظ کی ضرورت طالب علم کے ذہن نشیں ہو جائیگی اور نیز ایس کے معنی ایک حذبک سمجھ میں اجائیں گئے۔ موہد انتہاؤں کی مثالیں۔ فرض کروکہ و ب رشکل ۲۲) ایک دائرہ کا وتر ہے جس کا مرز و ہے ، وم م نفاط ور ایک دائرہ کا وتر ہے جس کا مرز و ہے ، وم م نتاط ور

ایک دائرہ کا ویڑ ہے جس کا مراز کو ہے ، ارم ، ب م نفاط اور اور ب پر سے ماس ہیں ، فرض کروکہ فرم ونز اور ب کول برادر قوس اور ب کو ب پر قطع کرنا ہے ، ک اور ن بالتر نبیب وتراور قوس سے دسطی نقطے بہوں سے اور وک ، اور ب برعمود ہوگا

اب وض کروکہ وٹر اوب من کی طرف حرکت کڑتا ہے جبکہ نقطہ ن ٹابت رہتا ہے اور اوب ہمیشہ ون بر عمود رہتا ہے ' نبز فرض کرو کہ او اور ب ہمیشہ ونر سے سروں کو تعبیر کرتے ہیں'ک اس ونر کا دسطی نقطہ



شكلهم

نیخ اور م وه نفظه بے جہاں کو اور ب برکے ماس کے ہیں کہ جب کک ور اور ب ایک ورسرے برمنطبق نہیں ہو جاتے ورسرے برمنطبق نہیں ہو جاتے یہی جب مک او ب وترریتا ہے مساوات دا) درست رہتی

ہے۔نسبت لولے ، و ل کا تف اعل ہے کیوکہ جونہی

ول ثابت ہوجا آ ہے شکل کا ہر ایک خط ثابت ہو جاتا ہے ال موتع أي اس وقت نسبت ل والكرم ماوي غ مع عين قريب بوتي م كيونكه ساوات وا ورست اور اسمیں ول اون یا وار سے مبادی ہونے سے عین قرب ہوا ہے۔ صرفحاً ل ان سے جنا قریب آنا جاتا ہے اُتنا ہی سبت <u>ل را</u> کی قیمت ایک کے زیادہ قریب آتی جاتی ہے۔ ل لا کی قیمت کے اِس رویّہ کو حسب قبل الفاظیں بیاں کیا جاتا ہے " جب ' ول ' ون کے ترب آتا ہے بور اپنی انتہاکے تونسبت کے قریب آتی ہے سابق یه دنگیم لینا چاہئے که یه استدلال قائم اشدِلال منبی ہے تعالم نہیں کی جام زیر مجت کو ول کی تجائے ازادیہ ن وار کا تفار مُنْكَتِ إِينَ الرَّ زَاوِيهِ ف ول أنتها في طورير صفرك إ آجائے تو نبت مرکور انتہائی طور پر ایک دم) فرض كروكه الرب (تمكل ١١١) ك اضلاع ك کا ایک صلع ہے جو دائرہ سے اندر بنا ہوا ہے ، یہ اسانی کے انابت موسکما ہے کہ ن اضلاع سے ایک ایسے منظم تشرالا ضلاع کا ایک

ضلع جو دائرہ کے باہر بنایا جائے ارم + ب م مینی ٢ ارم کے ساوی ہوگا اور رافیہ ن وا ک ملے مجل مجوں سے ساوی ہوگا۔ اكر ح اورح بالترتيب المروني كثيرالاضلاع اور بيروني كثيرالاضلاع ع محيطوں كو تبير كري توح = ك × اوب = ٢ ك × ل اور X=1 CX KM $\frac{5}{2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{$ فرض الروكه إن سميرالا ضلاعوں كى تعداد اضلاع ن برصابي جاتی ہے ، جب ن بہت ً بڑا ہو جائے گا تو زاویہ ن و اربت چھوٹا ہو جائے گا ' نیز اوب اور ل ن بھی بہت تجھوع ہو جائیکے۔ اس سے نسبت عصل تقریباً ایک ہو جائیگی۔ بس جب ناوید ن وا انبی انتہا صفر کے قربیب تبالیگا تو نسبت کے انتہا میں ایک کے قربیب آ جائے گی یا یوں کھنے کہ جب ان لا أنتها برا ہو گا تو علے كى أنها ايك ہوگى۔ ح اورح سے ربط کو الخلف صورت میں بھی لکھ سکے ہیں، ساوات دم) سے ہیں عاصل ہوتا ہے۔ 7 × 30 = 7 - 7 حب ن ، ہم سے بڑا ہو تو ح بیرونی مربع کے محیط سے کم موگا ، اس لئے موگا ، اس لئے ر <م ل ت حمل ت

ن کو اتا بلے ملے میں کو ل د کم د ن کو اتنا ٹرانو کہ ل ن جیوٹا ہو جائے سے ام میمت سے کے اور اس سے بڑی فیسوا مرے سے مساوی نہیں ہو تھے کئین يرقيق كل حدود ع بره جائيكا أو فرق ح برج سفر مو جانيگا يعنى ح اور ح دونوال ايك بي انتها و جو بالترتيب المحيطول ح أورح سے مساوی

ن کی برقیت کے لئے ف ف کے موالا ف ف کے سامکر جب ن کی قیمت حسب سابق متخب کی جاک تو

ت نے اے ح۔ ح حسر

اس لے ن اتنا بڑا لیا جاسکتا ہے کہ ن ف ک کم ہو خطسہ سے اس نے ح اور ح وونوں کی انہا خط ف ن ن ہوگی جو ف ن ن ہوگی جو ن ن ن ہوگی اور ف ن کے جے

منطوط سے چھوٹی ہوگی۔ بِوَكُهُ دَائِرُهُ كَا مُمِيطِ طُرُ مِيشَهُ ٢٠ اور ٢ مح درميارة اقع سوما يك الله محیط خط ف من شے مساوی ہو گا۔ میں ہم محیط دائرہ نو دائرہ کو الدیا باہرینے ہوئے نتنظم کیرالاضلاعول کی اتبہا تصور سرسکتے ہیں جب کیسس جب طبے ایک اور جم طبر کے درمیان واقع ہوتا ہے ا جب زاویه طهر أنتبایس صفر موجائ توجم طه کی انتما ایک ہوتی ہے اس نے جب طعے کی انتہا بھی ایک ہوگی۔ أنها کے تخیل سے یا آخرالذکر لا تماوی سے ہم دیکھتے ہی کہ اس مفہوم کو کر جب طب انتہایں ایک کے قریب آنا ہے جکہ اپنی انتہا صفر کے قریب آئے "ذیل سے کھمات سے بھی ظامر ركك بن أكر طد كوني حيومًا عدد موتوجب طد نقريبًا طرك، ہے ، طالب علم کو اس بیان کی تصرفی جدولوں سے کرنی دائے ۵) ثابت کردکه مسی طه کی أنها نجیه طه این انها صفر سے قريب لک ا ہوتی ہے۔ ماوات ورست رہتی ہے تاوقعتکم لا ' او نے ماوی نہ ہو ہے ہم لا کو اوسے نمین مباوی ہنیں نے سکتے کلین ہم اوستے النا قریب کے سکتے ہیں کہ لا + او اور ، اراکا فرق آنا کم ہو جتنا ہم چاہی کینی ہم لا کو او سے کافی قریب لینے سے غارج قسمت کو اوار سے اتنا فریب لا سکتے ہیں جتنا ہم جاہیں۔

اس لئے اگرجبہ لا مے اوے مباوی ہونے کی صورت میں خارج التحمت سے کوئی معنی اور کوئی تیمت بنیں ہوئی لکین لا سے انہا ين لا مح قريب آنے سے اس (فاج فتمت) کی ايب محدود انتہا ، او ہوئی ہے۔ دے ، فرض کروکہ س ب ب ب شکل ۲۷) واکرہ کے ایک نقطہ ن یر کا ماس ہے ، ن فی کوئی فاطع ہے اور اس بر ایک خاص طول بن لہ لیا گیا ہے ، مرکز ن اور نضف قطر ن رسے ایک یر ن کی طرف حرکت سرتا ہے بہی قریب آنا جائے گا آنا ہی زاویہ ت ن له جمولًا بيواً ما ك كار یٹ میں کن سے نہایت وئیب آ جاتا ہے نو قاطع ن رانہائی نِت میں ماس بِن ت بِن جائے گا۔ اگر قاطع ن سے دوبری طرت كينيا ماك مثلاً ك في تو قاطع كا انتهائي مقام جب في کے ترب ا جامے ن س ہو گا۔ بیں ہم ماس کی یہ تعریف ی منی کے نقطہ ن پرکے ماس سے وٹرن ق کا انتہائی محل مراد ہوتا ہے عبکہ تی آنتہا میں مقام ن برآ جائے۔ ایندہ کتاب ہذا میں مماس کی ہی تعریف استعال کی جائے۔ (۸)مشق ۵ سوال ۱۰ کے مشکہ سے نابت کروکہ اگر مرتب ک ل يركوني نقطه ت ايا بوكه راويه ن س ت مالمه مو توخط

ن ت نقطه ن بر مخروطی کا ماس مو گا-بہ مان ہو گئے ہوں گے۔ وجد کی انتہا شکتے ہیں ہ^ہ فراداف انتہا ہے ویے سے حجوئے عدد سے کم ہود کنٹرکیکہ تطاق نہ ہو)' اسس محدود عدد کو کہتے ہیں حبکہ دلیل اپنی انتہا کے قریب اب ہم أنها كى باضابطه تعربیت درج كري سے بہلى

تویہ مال بدر ۵۵ میو گا اور اگرید منفی ہو تو یہ مال بہ - ۵ سو گا۔ محدود عدد او کو تفاعل کی انتہا کہیں گئے جبکہ دلیل انہا ٥٥ كى طرف الل موليترطيك أكي مثبت عدد ع اليا معلوم مرسك لتفاعل اني أنّها لو کے قریب آجاتا , جكه أس كى وليل اپني انها أل تے تورب آجائے ہم ویل كی رموز استعال كرين عے -نما دن دلا) = ال جكيد سالا = او يا زياده عام طور پر ساف (لا) = ال یہ یاد رکہنا جا ہے کہ موخرالد کر ترفیم بہلی ترقیم کی مختصر صورت ہے اور الم ''الہ وہ قیمتیں نہیں ہیں جنہیں متغیر نی الواقع اختیار تے ہیں -اس ترقیم کی روسے اگر زاویہ ن و او = طہ اور وار = ام اس ترقیم کی روسے اگر زاویہ ن و ار = طہ اور وار = ام تو مثال ا وفاح وس حسب ول شکل میں لکھی جا سکتی ہے سا لور = ایا سا لور = ا دل عرب و م مال ١- ساح = حل ح = ط شال م ، ه سا جب طع = ا، سا مسلط = ا اگرچہ انہا کے تخیل کو ریاضی میں شرکب کرنے کی عزورت اُن صورتوں بر غور کرنے سے پیل ہوئی جن میں دلیل کو

لونی خاص قیمت <u>دینے سے</u> تفاعل سے ی روسے اِس می عیل صرف اِلبی صورتوں میک ہی بحدود ہے ا وی رکینے سے تفاعل کی کو نظے یا نہ نظیج تفاعل کی آتیا کد کوار کے تقریباً أيادرت كاس على من إلا كوار . وي ميوي تايم خواه اوادرت (ام) وي ہوں جمير محى يه ياو ركبنا جا اسنے كه قيمت أور خ او قات بيش في انتها الم اور فيمت دولوٰں معین ہوتی ہیں اور غیر مساوی ۔ و انتهاؤں کے متعلق مطلے۔ اب ہم انتہاؤں مےساتی عل ہور فاعدے دیج کہتے ہیں۔ اِن سب مسلوں میں ے ہی وجہ یا دلیل ہے ا*ور سب* نفاعار^ی لا کو اہر کے قریب لانے سے حاصل ہوتی ہیں تے ہیں کہ سُب انتہا کیں محسدود تعد انتها کے گئے صرف نہا تکھفا کافی ہوگا اور اس تفاعلوں کی تعداد محدود فرض کی تئی ہے۔ اگر تعداد لاتناہی نغداد کے جبریہ مجمدعہ کی انتہا ان تفاعلوں کی انتہاؤں کے تناظر جبریہ محبوعہ سے ساوی ہوتی ہے۔ مسئل ہو۔ تفاعلوں کی کسی تعداد کے عاصل ضرب کی اُنتہا ان تفاعلوں کی انتہاؤں کے حاصل ضرب کے مسادی ہوتی ہے۔ مئلہ۔ دو تفاعلوں کے خارج حسمت کی انتہا این تفاعلوں کی انتہاڈ

ب ٢+ و- ى= ٢ + ع + و+ ع - ى - م بس ایک می معید مرایک کی انها مفرے ایک نيزع وي= (ع+ هم) (وب+ صم) نا(ووی)= نهاروو) × نهای = نهاو × نهای اور اَفرين و = و المورد پس نیا ہو = ع = نیاع ہم نے سہولت کی خاط صوب مین تفاعل کئے جرب کین یہ اسلال قائم رسا ہے خواہ تفاعلوں کی تعداد میں سے زمادہ جو بشرائیکہ انتہائیں ع و می میں میں میں اسلامیکہ

لا صفرنہ مورکیکن لاہے . کے لئے جلہ یالای أن میں لا عین صفر نہیں کی جاتا کو اس نے لا کی کمل زیر تیشوں کے لئے مندرجہ بالا کسور میں سے بہلی اور آخری باہم سادی مولی کواس سے اسی طرح ہم معلوم کرسکتے ہیں کہ

علی انتہا کا لیے کے مساوی جونا کافی طور پر واضح ہے ' دفع تعریف ہو کی روئے ایک ایسا عدد مد معلوم ہوسکنا ہے کہ جب ' لڈ' تعدا دا مہدسے کم ہو تو تفاعل اور لی رق مرجھو نے سے جیوٹے عدد مثلاً ان ، کے کم ہوسکا اں سے ہمیں واسطہ پرے کا اُن بیں عام طور پر تحقیم حصہ کو ہم ترک کر دیں سکے کیونکہ اعالی کی نوعیہ سے ہی یہ واضح ایو عاما ہے کہ ایسے عدد کا معلوم ={\overline{\over کیونکہ طال جمع = ا+۲+۳+۰۰۰ ن بے بات (^(ن+۱) یہ آب اس متال سے ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۴ کا مسلم الازم ورست نہیر ا ما وقتیکہ کے وں کی تقداد محدود نہ ہو کیونکہ اگرچہ خطوط وحالیا اندر کی ہر ایک رقم کی انہا صفر ہے کئین مجموعہ کی (1+0+)(1+0)0-1=0+--++++1 1 + 1 + 1 = 6+ ··· + 1 2 یعنی انتها الے ہے۔ مثال سا۔ اگر ر کوئی کسر داجب ہو اور ن کوئی مثبت صحیح عدد ہو تو کہا ہے رہے۔

الكائد براك فبت كروب بين كالكاري موق يها الأول فيت تي عاديه الياسد الله الله الله الله العد هري سه الم خابث الرسطة الي الدواج ال كرا الدون الي اس کے جہاں سے عدوی تجیت کا تعنق ہے 337 > 3371 = 3 اور چاکم الله الله کی اتها جگه ك عن صفر بون ب اس نے رہے کی اتبائی صفرے۔ بٹنال مہد کابت کردکہ عمر اور کوئن محسر واجب ہو اور ان کوئی لمتبت فتيخ عدونهو اليا ن رايد اليا ن رايد الير オラーンランティタントくちゃりんかっと اس في ك رف را در المدارة المراق والمراد - - 1-47- Vr - W - 0 UE انهائين بالرتب مو اور مو بي -

تال ٢- سا (١٤٠٥) - ١١ - ١١٠٠ شال ، - سرا الأبه الاب المواج كود اسى جرو ضرى كى موجودگی کی وجہ سے کسر کی قیمت لا کی قیمت ۔ اسے کئے صفیم کی شکل اختیار کرئی ہے۔ ۲ = 1-19 Ly - 1 Jih شال ٥٠ لاء المعالم علا علا مروكم جي سالا = جي سالا × م ادر سا جب سالا = ا 1= 対点 レイー・リウ لا= # ما ركنے سے ظاہر سے كہ جب كو اتبا # سے قريب أجائ تو ما اپنی انتها سفرے قریب آجاتا ہے۔ اس کئے 1 = 1 = 3 & Ly والمست على اكثر اوقات بهت مفيد ثابت

کا ہیں کون سے گرد ن اضلاع سے

فاع ت ہے اور اس کے قاعدہ کے ننے سے اس کو ن کمڑوں میں تعلی نے ہراک کی افران سے ہے نٹامل موگا۔ دونوں جٹول کے مجم اوبرسے اوپر سے جٹ کا بالا ترین مخروط مضلع قاعدہ کے متوازی سطح مبودمشق ۱۵ کی مدد کھے

احصا كالتيالي بياني ا جماس 1 الرك الروط كا بحم في ون أو بونا به بهال نت مخروط كا ارتفاع به الدو السري كا قالمه م به بهال نت مخروط كا ارتفاع المتال عاد و السري كا قالمه متدر مخروط نافص كا جم التال عاد ما باب كا يكر قائم متدر مخروط نافص كا جم الب ون (و به وب) يا تا في المرتب بالمات و المراوب بالمات كا يمونا بها المرتب بالمات كا المرتب بالمرتب ب مثال مور ایک توانم متدر مخروط سے خاصدہ سے مصف قطر اور میں اور میں اور اس کی سمنی سطح کا رقبہ ہے ل ط باہل اور اس کی سمنی سطح کا رقبہ ہے ل ط باہل اور اس سے سی ایک ایک ایک میں سطح کو مشق ہوا ہیں سے سی ایک کی جانبی سطح کی انتہا تصور کیا جاسکت ہے) مثال جو امد آگر قائم مسترید مزوط ناقص کا اگر ارتب اور امر اس کے مشدر مروں کے تصف قط بالترتیب او اور اب ہوں تو نابت کروکہ سطح کا رقبہ ہول (اور ب ب) ہوگا استرید سروں سے محیط ط اور حظ ہوں تو رقبہ لے ل (اور ب ب) ہوگا استرید سروں سے محیط ط اور حظ ہوں تو رقبہ لے ل (اور ب ب) ہوگا استرید سروں سے محیط ط اور حظ ہوں تو رقبہ لے ل (اور با کا)

الا ای قمت اوے بقدر ایک جمودا لنًا يا برصا ب أو تفاعل من (لا) بي إي ي بقد ایک چونی مقارمے برنا سید ى تفاعل ف زلا) تولاً كي و برسلسل اس دقت کھے ہیں مبک ور) ایک خاص (محدود) عدو بهو اور لمنل کے لئے غرور ہے کہ فند ولا) کی تیمت جا ع انها جيك لانه ووفول ايك یں۔ چوٹا اس شہرم کی روسے جو اا نے لئے ضروری ہے لائناہی کو تفاعل لئے دلیل کی ای محتول کے گئے إدين تفاعل مسلسل نهييس ربتنا لعني غيرم ے یا اور سے کم قیتوں سے برہتے ك أو فقالم لا إلى مرف سے يا وائي طوت سے إ ے اور تقرب کے دونوں طریقوں کی روسے وہی ہونی چا ہے۔ تعض اوقات ایسا ہوتا ہے کہ الامر ت ہے و کے ترب آسکتا ہے مثلاً ف (لا)=الا-ا بوک لا کی دوسری طرف کی قیمتوں بے بائے تفاعل تی معین نہیں ہوئی ۔ ایسی صورتوں سے کے شرط مرکورہ بالای کہ انہا وہی ہونی جا ہے خواہ لا حمی طرف سے او سے قریب آئے تبایلی

رنی بڑے گی الیکن ایسا کرنے میں کوئی دقت واقع نہیں ہ اس مُفَهُوم كو ظاہر سرنے سے لئے كه لا 'ال سے كم قبتوں سے بڑہتے بڑہتے او سے قریب آنا ہے ' یہ نرقیم استعمال کی جاتی ہے ل بنی قابل توجہ ہے۔ یہ شکل ۲۷ بی ب ج واقع ہوتی ہے۔ یہاں تفاعل اللہ تو انہا اس بوقی ہے۔ الکنی نظر پر ا خاص آن میں دھکے کی قوت عل کرے تو اس کی رفتار کی ت فامل کی اس قیمت سے کے جو این مکور کو تعبیر کرتی ہے اس سلسل ظامبر کرے گی (عدم تسلسل سے سکتے کا حظہ ہو دفعہ

ملسل تفاعلوں کے متعلق مسلے۔ اس کے طرفین شامل نہ ہموں اس ہے جو تغلاداً دوسرے سے بڑاہے کیر جو کہ لا کو اوس آنا قریب لیا جاسکا ہے کہ و کسی وی موے عدد سے تداوا کم

(الى سے كم ہو اس سے ف (لا) كى وى علا ل ہو اور آگر فٹ راؤ) = اور فٹ (ب)= ب توج يراو سے ب ك برا سے تو تفاعل ف (لا) و سے ب ک برانا ہے۔ بالخصوص اگر اور اور ب يُّتَ بهون تُو تفاعل ف '(للا) ' للا مي الن قيمتون اور ب کیے درمیان ہوں تکم از کم ایک دفعہ صفر یہ بھی انسانی سے نابت ہوسکتا ہے کہ ایس ل ہوتے ہی سوامے ان قیمتوں جن کے لئے تفاعل لائتناہی میو جائیں۔ مل طور پر بدنے تو عامل ضرب لا اور او لا ای مسلسل اور بربدلتے ہیں جہاں ن کوئی مثبت صبیح عدد ہے اور او سوئی ستاتیل ہے۔ (الأفظ ہو دفعہ ۱۲ مسلم) کہذا مسلما دفوہ ۱۲ کی ہے کوئی منطق صبیح تفاعل اپنی دجہ سی سب می وو جويلك كاكولى طاق صعف يهون عاس العام اورقاطع إما ہو تو ہم علی طور پر او کی بجائے او لکھ کتے ہیں جہاں لاکاد) اور تمی کوئی 'نفاعل مہو لا کو مُشلاً تی۔ نالا

ہوئتے ہیں اوری کی ظرح کے درمیانی مت ہت سے ہو سکتے ہیں۔ کوئی مسلسل تفاعل ہو ادر ی کو لا کا کوئی م آسانی ہے تابت کرسکتا ہے ک فېر (يې او نه (يَ) په فېر (نهاي ي لا مسلسل ہوتا ہے جبکہ لا مشبت کی سفا اس صورت کے جبکہ لا صفر ہو اور ن سفا الله - الله - وفعات علم ما ١٩ ميس جن انتهاؤر پر بحث کی گئی ہے وہ اساسی انتہا ئیں ہیں کرو کہ ن کوئی مثبت صبح عدد ہے ' تب = ن روا کیونک برایک رام کی انتما اوا ہے۔

وم) فرض کروک ن کوئی مثبت کسیر واجب ف ہے جہاں ف اور ق کوئی مثبت صیح عدو ہیں۔ لاکی بجائے ماقا در او کی بجائے ب ترکھو کتب اگرلاء ارتو ماہ ب يزيونكم لا علاق الله الله والله الله اس کئے مشترک جزوِ ضربی نکال وینے سے عدم و المراس ال

علم کو جا سئے کہ اس مسلد کو فورا بہجان نے خواہ یہ شکل امیں پیش کیا جائے۔ (لا+ص) - لا عن كا الاسمام - لا عن كالا بنجه صريح - اگر هم كوئي جيمونا متبت يا سفي عدد بهو تو(لا+هه) تقریباً لا ب ن مر لا الله کے ساوی ہوتا ہے۔ الله المرام عدد قو (۱) فض کرد کے م کوئی شبت صبیح عدد ہے کہ (۱+ الم) کو مشکد شنائی کی مدد سے پھیلاو - (1+ 0) (1- 0) + 1 × 0 + 1 × 0 + 1 = (1-1) (1-1) (1-1) × 0 + 1 = (1-1) (1 + (-1)(-1) + -1 + D: (-1) -... (-1) (-1)

باقی (م - ن) رتوں کو ب سے تعبیر کرو ، تب (1+ 0) = (1+1) 1-0 -1).....(-1)(-1) + م م م م کے لئے مرجزو ضربی (ا- م) (کی انتها ایک ہے اور بوکہ اجزائے ضربی کی تعداد محدود اس نے ہرشار کندہ کی اتہا ایک ہے۔ مک کی م > 00 کے لئے جو انہا ہے اسے سی سے ا اب ہم ب کی انتہا پر غور کریں گے تحریب کی بہلی 1+0) ÷ (- - 1) (- - 1) (- - 1) بس ب السائد الم السائد الم السائد الس $\frac{(\sqrt{\frac{1}{p}} - 1)(\frac{1+\omega}{p} - 1)}{(\sqrt{\frac{p}{p}} - 1)(\frac{1+\omega}{p} - 1)} + \frac{1+\omega}{p} - 1} + \frac{1+\omega}{p} + \frac$ کا قال ضرب ہے۔ اجزائے ضربی (ا- مم) (ا- مم) ... (ا- الله علی میں سے ہر ایک مثبت ہے اور ایک سے کم ہے ایسے ہر جزو ضربی کی بجائے ایک ایک کھو اور اجزائے ضربی (ن + ۷) (ن + ۷) یک میں سے ہر ایک کی بجائے ک + الکھو - ایسا کرتے سے ب کسی سے ہرایک کی بجائے ک + الکھو - ایسا کرتے سے ب کسی سے جرایک اور ب کم ہوگا ذیل سے جلائے <u>ن + ا</u> سے کم ہے کیس ب ایک ایبا مثبت عدد ہے جو م کی اُن قیمتوں سے لئے جو ن سے بڑی ہوں ب ا

مل (ا+ أ = ما س + بما ب

مے سادی ہے۔ ہم دیکتے ہیں کہ ن کوخواہ کتنا طرالیا جائے یقینی طوریر س محدود اور س سے کم رہا ہے۔ نیز جؤکہ و س ساوی ہے ہے اور ن ہو کے لئے ب سی انتہا صفر ہے ایس سالئے ہم قو کو 1+0 +1 < 1 +1 < 0 +1 اس کے (ا+ ق ا) < (ا+ ق ا) ح (ا+ ق ا) کا ا اور کما (ا+ سا+۱) = کما (۱+ سا+۱) او با الما (۱+ سا+۱) = و با الما در الما (۱+ سا+۱) = و با الما در ال

صورت (۱) کی روسے میں بھی انتہا ہو ہے کیونکہ جب م مال بالاتا ہوتا ہے، تو ن بھی لا متناہی ہوتا ہے۔ (۳) فض کروکہ م منفی ہے یعنی م = - ن جہاں ن منتبت کسریا مجم عدد ہے $\left(\frac{1}{1-\omega}+1\right)=\left(\frac{\omega}{1-\omega}\right)=\left(\frac{1}{\omega}-1\right)=\left(\frac{1}{\rho}+1\right)$ $\left(\frac{1}{1-\omega}+1\right)_{\omega\in\omega} \times \left(\frac{1}{1-\omega}+1\right)_{\omega\in\omega} =$ و × ا صورت (۱) ادر (۲) کی رقو سے پس بالآخر لها مله (۱+ مم) = قو الم خواه مصیح یا کسری قبتوں میں سے ہوما ہوا لا تناہی کی طرف جائے میجه صریح کیا (۱+ ص) الله = دو و ہم - تفاعل و اللہ - اگر لا صفر نہ ہوتو ہم م = عرلا رہے ہوتو ہم م = عرلا رہے ہوتو ہم م = عرلا دینے سے دیمیتے ہیں کہ جب ، م مائل بہ لا تناہی ہوتو مدمجی مائل بہ لاتناہی ہو قالے اس لئے $\left\{ \left(\frac{1}{A} + 1 \right) \right\} = \left(\frac{1}{A} + 1 \right) = \left(\frac{1}{A} + 1 \right)$ $|e_{1}|_{2} = \begin{cases} (\frac{1}{A} + 1) & |e_{1}|_{2} \\ (\frac{1}{A} + 1) & |e_{2}|_{2} \\ (\frac{1}{A} + 1) & |e_{3}|_{2} \\ (\frac{1}{A} + 1) & |e_{4}|_{2} \\ (\frac{1}{A} + 1) & |e$ د فعه ۲۷ کی روسے (تفاعل کا تفاعل)

تفاعل فولا

سربوں ۔ بعینیہ دفیہ ۸م کے طریقیہ کی مانند (۱+ الام) کو م الله المراجلة الله المراج الم راہیی قیمت کے گئے جولا سے توب کی کی ہے سے لا کی منبت قیمنوں سے لئے نینجہ مطلوبہ عال ہوتا؟ منفی مولینی لاء ۔ ھ جہاں ھ منتبت ہے، تو $1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1 - \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{\sqrt{2}}$ صورت ادل کی روسے کم یعنی انتہا دونوں صورتوں ہی ہے خواہ لا مثبت یا منفی فیمتوں سے اپنی ان ئے۔ مہ ۱ مگرکب کا کلیہ۔ کسی قوت کائی تفاعل کاؤگر اس بالعموم وہ ہوتا ہے 'جب اساس اور عدد ہو شال و تو تفاعل ولا كہا جاسكتا ہے يادى ولا كے جہاں ك = لوك ا - ب خن سے او فولا بلاط لا مح برسا ہے

جبک لا= لا وه ک و والم به یغی لا= لا پر بڑہنے کی شرح تفاعل کی قیمت کے متناسب ہے۔ کیونکہ اگر لا اس بڑھ کر لا + صر جو جانا ہے نو تفاعل کا اضا اگر لا اس بڑھ کر لا + صر جو جانا ہے نو تفاعل کا اضا او و کی دہا ہے ۔ او لوگ ہے ۔ او کہ ہ ہو گانہ ہو ۔ ا) ے ادر اوسط شرح لا وک لا (وک سو ۔ ۱) = ک لا دو ا و ا ۔ ا ونعه ٢٩ نيتجه صريح كي روسي اس بلدكي انتهاجيله معرب، ک او او اسید قدرت کے بہت سے اس کالیہ کے واقی اریز برہو لوتعض اقتات سور مركب كالحليه بمي اِس کی سادہ مثال سود مرکب میں ملتی ہے۔ فرط پونِد اِصل زر کے سود کی شرح فیصد تی سال میں . ہر سال میں ن مسادی و تفول کے ب محبوب کیا جانا ہے آور ایسے ہر وقفہ پر اصل میں خامل کردیا جانا ہے اور بعد ازاں اس سود کا سود بھی محسوب ہوتا ہے۔ یہ اسانی سے دمکیما جاسکتا ہے کہ مت سالوں کے بعد کل رر ص (۱+ ش المنت المنت

اب فرض کرو که ن برہتے برہتے لا تمناہی کی طرف جا یا ہے یعنی یہ فرض کرو کہ سود متواثر جھوٹے اور مزید چھوٹے و تفو ل سود مركب كاكليه

بعد اصل میں شامل ہوتا رہتا ہے۔ اس طرح ہم ایک ایس شرط پر پہنچ جانے ہیں جس میں سود سلسل طور پر جمع ہوتا ن = سنم ، بس جب ن مائل بدلاتناهی بهوتا بہ لا تن اُہی ہوتا ہے۔ ن کے مال بہ لاتناہی ہونے ن ((ا + المراز) } المراز على المراز تے ہں کہ اگر میں سلسلہ حساب کے موافق او ر ہم رہے ہوں ماہر کے م س کا فرق مشترک ھا ہو تو ال سلسائہ مہندسیہ سے م برُ ہے گا حکی نسبت مشترک میں معے ہوگی کیونکہ اگرت لئے ﴿ اَیک ِ ایسی مفدار ہے جو مساوی و تفوں میں مساوک ' بڑتھی جاتی ہے۔ ای برسے نیچے اترتے ہی تو ہواکی ی فاصلوں سٹے لئے مساوی رفموں سے جو اضافہ ہوتا ہے وہ اس طبقہ کے وزن کی وجہ سے ہے جو خود سرواکی کافن کے متناسب ہے ۔علم طبیعیات میں اس قسم کی اور بہت سی شالیں مل سکتی ہیں -

مشق بے

ا - اگر ف (لا) = الا ب ب لا⁻¹ + ... + ك لا + ل لوئى منطق صحيح تفاعل جو لاكا كتو ثابت كروكه ضردر ہوتی ہے اور اگر ایک سے نیادہ اصلوں کی تعداد طاق ہونی چاہئے۔ د) کوئی منطق کسری تفاعل ہو

ن (لا) = الراب لا المراب كرلا + ل الراب الراب المراب بي الرب المراب ال

تونابت كردكه

(1)
$$\omega(k) = \frac{k}{k} k^{q-\omega} (1+\epsilon_1)^{1/q} > 0$$
(1) $\omega(k) = \frac{k}{k} (1+\epsilon_1)^{1/q} = 0$

(٣) ف (ك) = المرب المحاف م (ا + هم) الرم < ن المجال هم كم من مجم تعداداً بهت مجموعة محوت بين جبكه لا تعداداً بهت بل مبله لا تعداداً بهت بل مبله الموسطة الموسطة المرسطة المرس

وقعہ ۴۴ کا مسئلہ ۱ اور مسئلہ ۱۷ اصفال کرو۔ ۵- نابت کروکہ اگر زاویہ کو نیم قطربوں میں نایا جائے تو

 $\frac{1}{V} = \frac{1}{V} + \frac{1}{V} = \frac{1}{V} = \frac{1}{V} + \frac{1}{V} = \frac{1}{V} + \frac{1}{V} = \frac{1}{V} = \frac{1}{V} + \frac{1}{V} = \frac{1}$

اسس کی مرد سے دکھاؤ کہ جب عظم جھوٹا ہوتو جم طمہ جھوٹا ہوتو

٧- ثابت كروكه ا > جم طهر > ١- الم طه

ا منابت كروكه (١) كما جب الطير = الم

رو) کها مس الطر = الح

٨- ثابت كروكه (١) لما (لا قولا)=٠

(۲) كما (لا لوك لا) =. الانه.

ونعه وهم (لر) كي رُوت نو كا + لا + الله لا اس كبدركمو لايه توا، تب لا لوك لايه ما قو اور لاء کے لئے وائیں رکن کی انتہا سیاوی ہے ماہد دہ کے لئے بائر اکن کی انتہا کے اور موفرالذکر صریحاً صفر ہے۔ 9- ثاب*ت كروكه لها* لا .1. ثابت كردكه أكر ن مثبت بهونو مها لا وك لا ... كيونكه لا لوك لاء الله لوك (لو) اور اسکی انتها بموج بشق ۸ صفر ہے کیونکہ لا سکی انتہا صفر ہے اا - ثابت كروكه لها جب لا لوك لا = -كيونك جب لا لوك لا = (جب لا) (لا لوك لا) ١٢ - اگر لا كوئى محدود مقدار جو تو تابت كرد كه بہا <u>لا^ن =</u>. نوض کروکہ لا ایک صبح عدد مہ سے مساوی ہے یا اس سے $x = \frac{1}{100} \times

سر واجب سبے اس کئے وغیرہ۔ (۱) كيا (جب عمر : عمر) = ا (۲) بما رجم عمر) = ا (٣) مما (من عد : عد) = ا ۔ آگر سی تحولی متنفیر ہوجو (۱) ہمبشہ نگرھے جبکہ ن میں رہ) ہمیشہ کم رہے کسی محدود ثابت عدد اوسے بت تروکر جدب ن الکل بہ لاتناہی ہوتو س ریک محلوا کی طرف مالل ہوتا ہے جو اوسے مسادی یا اور سے کم بنقطر علي من كا فصله الرب ان كي مرتبت لئے تی کی ایس طرف کین ق کے بائیں ہ وگا ' جیسے ن ٹریقنا جائیگا نقطہ تی دائیں طرف ہوگا ' جیسے ن ٹریقنا جائیگا نقطہ تی دائیں طرف ہائیگا لیکن ن ٹی نسی محدود قیمت کے لئے ق پر ن لئے ف کے بائیں طرب یا تی پر منطبق ہونے والا

لایا جاسکتا ہے جناکہ ہم جاہیں اگرس کا فصلہ سی ہوتو انتہاکی تعرفیف کی روکسے اور سی م اوسی یا اس سے کم ہے۔ [دفعہ ۱۳۷۹) رب مائل به لاتنای سرو تو سی ایک محدود انتاکی طون ائل موتا ہے جوب سے سادی یا اس سے بڑی ہوتی ہے۔ کرو کہ ن سمے مائل بہ لاتناہی مونے سے سی ایک ایسے عدد مے قربیب آیا ہے جو ۲ سے زیادہ اور سے ١٥- ارس = ١١ - ١٠ - ١٠ - ١١ - ١١ - ١١ - ١١ الم ن + ٥٥ ك لئي اكب اليه عدد ح ورب آنا جاله بعجوا ادر م ك ورمیان سے ۔ تب ن کی ہرتمیت کے لئے جواکی سے بڑی ہوس رسی رسی ١٨ - اديرك سوالات ۱۱ اور ۵ اكمسكون كو دفعه ١٩ كى سفالون

را) کرد) کو تابت کرنے کے لئے استعال کرو جب کہ کئے استعال کرو جب کہ کئے الاضلاع منظم نہ ہول کمین ابیے ہوں کہ ن کے مائل بہ لا تناہی مہونے سے ان سے ہر ایک صلع کا طول لا آنہا کم ہو جائے۔۔

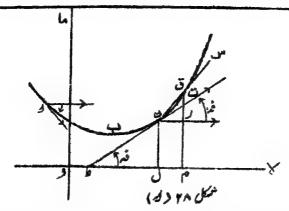
عن ما بها من ما عن الله من ال

ائس شرح کو نانیا ہے یا اختصاراً یہ تفاعل وہ شرح ہے جس کے موانتی لا کی کسی خاص فیمت بر اصلی تفاعل ملحاظ اپنی وجر کے بدلنا ہے۔ اور حروت استعال ہوسکتے ہیں مثلاً اللہ فت ماکی بجائے اور حروت استعال ہوسکتے ہیں مثلاً فر (ت) = عفی فرت = لها مف ف رت) جهاں فررت بلاؤ ت کے فررت کا مفتق ہے ران جلات مشتق بلاظ لا کے یا مطافیر کی مشرح بلجاظ دفت ئی بجائے یہ حبلات ہم بعض اوقات اختصاراً استعمال کر نیکے سن (لا) ما لا مشتق کیا تعامل کے تغیر کی زمانی شرح ا شال ال عفي (الأف- الابس)= الال- ا كيونكم عفى (الال-مالا+٣) = بىل مف (الال-مالا+٣) الدمف (١١ لا ١١٠) = ١١ (لا + مف لا ٢ - ٢ (لا + مف لا) +١٠ -(カイーカイナル) اسلے ہی من (۱۲ ایک-۱۱ دوس) = سا (۱ دوسه سمف دوسه) M- 11 = شال ٢- عن (م متعل) = - من (م متعل) کیونکہ معن (مع) = ممانع معن جے = مرابع معن جے کے اسلام

من ف (لا) اور ف (لا) ایک ہی فٹے کو تبیر نہیں کرتے ں اخرالات سے لئے ملاحظہ ہوں دفعہ ۱۳ کی مثنالیں ہم ہ کا ۲ ہوگی جوت (لا) کی ہے[مقابلہ کرو دفعہ ہ الا) مائتر] 'اس کیے معن ف (لا) کی علامت دیجا اس لئے ن (لا + مف لا) جربہ لحاظ سے ف (لا) سے بڑا ہوگا اگرف (لا) شبت ہو اور کم موگا اگرف (لا) منفی ہو۔ دوسرے الفاظ میں لا کے بڑے سے ف (لا)

ب ف (لا) مشت رب لكين لا ك ف رلا) گھنا رہے گا جنگ کہ ف رلا) منفی رہے، بے کہ یہ براسنا گھننا جربیر کاظ سے سے نہ کہ عددی کاظ کے بڑینے سے بڑھے اور والا تفاعل کتے ہیں سے اور یہ سوں سے سے برہے والا تعاش ہے ' یہ تفاعل کھٹا آیا ہے اور ٹریٹا شروع کرنا ہے جب یہ صفری فیمت سے گذرتا ہے ' اس کئے جب کم لا ۔ تو تفاعل کی افل طاصل مہوتی ہے (دفعہ عام رہم)) اور یہ قیمت صفر ہے۔

ں قیمت سے لئے تغیری شرح مقر ہوتی ہے۔ سولا۔ بم لا + سوکا مشق کا لا۔ ہم ہے کا انسطاع ہے۔ یہاں بھرہم ویلینے ہیں اچل ہے اور لا کی اور محدود قیننوں سے گئے یہ رہینہ

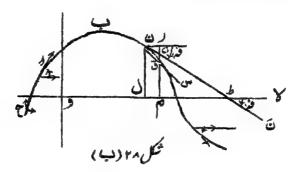


اورمس رن ق = رق = رق من فراد)

جب امن لا الل به صفر بهوا ب تو طال قمت مف ف (لا)

لفوراینی انتها کے دی دلا) کی طرف انل ہوتا ہے۔ لیکن جب سف لا انل بہ صفر ہوتا ہے تور م نقط، ل پر اور تی نقط۔ ن پر منظبتی ہونے کو ہوتا ہے۔

اب بچونکہ مس رن کی ایک معین قیمت ک رالا) کی طرف مائل ہوتا ہے اس کئے زاویہ رن نی تھی ایک معین زاویہ کی طرف مائل ہوتا ہے 'اس کئے قاطع خط



ادبر کی دونوں شکلوں میں معن لا کو شبت لیاگیا ہے 'گر ظاہر ہے کہ یہی نتائج عاصل کئے جاسکتے ہیں اگر معن لا منفی مہوینی نی ک کے بائی جانب ہو۔ منفی مورنوں میں ایسا ہوگا کہ ن تک ہم صرف ایک ہی طرف سے بہنچ سکیں گئے مثلاً اگر ف (لا) = \لا تو لا منفی قیمتیں اختیار نہیں کرسکتا ' اس کئے ف (۱) معلوم

كرني مين مف لا كو لاناً مثبت لينا عابي اس صور مين ر ہے اور بہاں ماس مور کا کے متوازی ہے ، ترسمی نقطہ ۔ لمہ کے لئے اچل یا ساکن ہوجاتا ہے۔

لازماً ل بن سے سرا ہوگا۔ اگر ل بن اور مم تن دو نوں منافی ہوں تو ظاہر ہے کہ م تن ک ل بن سے تعداداً کم ہوگا۔ بطور مشیق کے من (لا) = لاا۔ سالا + اکی ترسیم کھینچو قبل دفعہ ۲۱۱ میں یہ ترسیم بنائی گئی ہے۔ ت (لا)= الا - الد - الا + ا)(لا - ا) - اسے کم ہوتا ہے یعنی حبتک که نقط لا ہوا کہ جیسے نقطہ لا محور کا کے بائیں سرئے سے نقط یہ حرکت نرتا ہے ترسی نقطہ بالتدریج اوپر کی طرف لا + ا مثبت اور لا - امنفی ہوتا ہے، اس کے ت (لا) منفی ہوتا ہے کی بس جب انقطہ لا ک- اسے + اسک حرکت را ہے تو ترسی نقطہ سے کی طون حرکت کرتا ہے۔ 14.

شتق ایک معین عدد نه مویه پیر مکر، أنتها كونى معين عدد نه ډيو-ايبي لکین لا کی ادر شبت ف رلا) = بها الرلادمف لا) ما ا پر ن رالا) لا تناہی کمبو محور کا ہر عمود وار ہوگا۔ جب ت (لا) کا کی محدود قیمتوں سے گئے لامناہی ہوجیا المسكى صورت ميں لا = . كے لئے ، تو باسموم يہ ديكھا جائيكا

نیز قوس کومنعنی سے ثابت نقطہ لاسے ناپنا تیروع کیا جاتا ہے

اب ناویہ رن تی کی انہا رن ت ہے ' بس وقت ت بر رفتار کی سمت ماس ن ت کی سمت ہوگی۔ رفتار کی مقدار معلوم کرنے کے لئے ہیں یہ انہا معلوم کرنی ہوگی

ہے۔ مف ت است ہوں اسول معارفہ کے ہم مان کیتے ہیں کہ جب وتر ن ق بہت جموال معارفہ کے ہم مان کیتے ہیں کہ جب وتر ن ق با ساوی ہوتے ہیں یا انتہاؤں کی زیادہ معین اور محدود کربان میں میں اور محدود کربان میں مدود کربان میں اور محدود کربان میں اور محدود کربان میں اور محدود کربان میں اور محدود کربان میں اور مدود کربان میں اور کربان میں کربان کربان میں کربان میں کربان کربان میں کربان میں کربان کربان میں کربان ک ہم یہ مان کیتے ہیں ک

وژنقی) = ا در وس ن ن ق

یونکہ مف س ہے، جبکہ مف ن ہے، اس کئے

ن پدسمنی ہیں کہ رفتار کی مقولات کے تغییر کی 'ر رنا جا ہے جس سے یہ عادہ حاصل کیا جاما ہے۔ نیز لاک لا سے تغیری شرح ہے بینی جس شرح سے شرحول کو زنتار کے اجزائے مرکبی کہتے ہیں جو ک محوروں کے منوازی ہیں ۔ امف مل)= (وترن ق)= وترن ق)+(م<u>من ت</u>) = (وَس ن ق) (ممن ت) کبد مف ت ہے، حاصل ہوگا (لگی) + (ما) = (س) ا یه ضابطه عام طور بر حاصل زقار سی کے معلوم کرنے میں استعمال کیا جانا ہے جبلہ اِس کے اجزائے ترکیبی لا اور ما کے لئے ما یہ لا بینی نقطہ ن ہیشہ ۔ مکافی بر ُواقع ہوتا ہے جس کی مساوات ما۔ لا ہے. جزوی رفتاریں یہ ہیں لا ۔ ا ' ما ۔ ۳ ت اور ماصل رفتاركي مقدار س = الکاله ما = ما ۱ + ۱م سنا این رفار کی سمت بس فريعف ما الايدات ملاحظہ ہوکہ نقطہ کا طریق اوپر الیبی شکل میں دیا گیا ہے جب

معلومه آن میں نقطهٔ ندگوره کہاں

مثال ١-عف (لا) عد الأعف (الام) عدف (لام) على المراكة عن (ه لا ألح عن (ه لا ألح عن (م لا ألح عن (ه لا ألح عن (ه لا ألح عن (ه لا ألح عن (ه لا ألح عن الله عن شال ہا۔ تفاعیل ذیل کے ستق کمحاظ مت کے معلوم کرد۔ اِس کی صحت کی جانچ تفرق کرنے ہے ہو سک ہوں تو ان کے مشتق دیمی ہوتے ہیں۔ فرض کروکہ ف (لا) = فا(لا) + ج جہاں ج متقل ہے اور لاکے بدلنے سے نہیں بداتا ۔ پس ف (لا) اور فار لا) مرت بقدر سنقل ج کے ایکدوسرے سے مخلف ہیں۔ ف (لا + مف لا) - ف (لا) [فارلا + مف لا) بج] - [فارلا) +ج] فارلادمت لا) ۔ فارلا) ان ساوی متعداروں کی انتہا گینے سے جبکہ معن لا مال مصف ہو حاصل ہو گا كرلا) = فأرلا) نال عف (المرابع) عرب الألم مسلم المستقل جزو ضربي اس مصمتن بي بمي بطور جزو ضربی کے قائم رہتا ہے۔ كيونكه عف [ج ف (لا)] = سانج ف (لا معن مف با <u>ن (لا + ست لا)</u> - ف (لا) الله عن [ج ن (لا)] = ج عن ف (لا) سئله س اگر تفاعلوں کی مسی محل دد تعداد کا جبریہ عاصل دیا ہوا ہو تو اس ماصل جمع کا متنق ان تفاعلوں کے ماضل جمع کے ساوی ہوگا۔)' فا (لا)' فدرلا) لا کے تین تفاعل میں کیہ باشانی معلوم ہوگا کہ

مف [ت (لا) 4 فا (لا) - فدرلا) مف ف (لا) مف فارلا) مف ذراد اسلے مف الا مرتقیم کرنے اور انتا لیٹے سے ماصل ہوگا عف [ف راه) + فا راه) في والم المناف الم المناف في المنا یان تنا علون کی صورت میں بھی جا دق ریان سا حرب کی تعداد می و سبوتی جاست ہے کہ تفاعلوں کی تعداد می ود سبوتی جاستے میں تو انتہا دُن سے شناظر مسئلہ کی طرح مثال معف (١ لا م ١٥ ١١) عض (١ لو) عف (٥ لا) إسكر اورا = ٣عف (لا) - ٥عف (لا) [سله ١] ب مف لا مال به صفر ميوتاب تو مف و تعبي مال به صفر وّاہہ (۶و)= وعفء+ ءعث و -

ی ضرب میں دو اجزائے ضربی سے زیادہ ہوں مثلاً والمصر أواوير كے ملك كو دو دفعة التعال كيف سے ہم اس كى عف (ع وص) = عف (٤× وص) = وهعفء +عف (دمر (وه) = ه عف و+ وعف ص (٤ وه)= وصعف ٢+٤ه عف و ٢٩ وعف ه ء و ه پرتقیم کرے زیادہ عام طور پر ماصل ضرب میں اگرت اجزائے ضربی جوں تو عف (ع ع ... ع) عف ع عف ع ب تو اسے بالعموم لوکارتی تفق کہتے ہیں [ملاحظہ مو دفعہ ۲۵ مشال اسے فاص طور پر طالب علم دیکھے کہ حاصل ضرب سے ساوی نہیں ابزائے ضربی سے مساوی نہیں ابزائے ضربی سے مساوی نہیں موتا ۔
موتا ۔ مف (۵ لا+۲)(۳ لا- ،) = (۳ لا- ،) هف(۵ لا+۲) +(6/4+)300(4/6-3) 9-4 = (x(++)0)+0x(--)x== پہلے اجرائے ضربی کو باہم ضرب دینے اور مجر تفرق کرنے سے اور کے تفرق کرنے سے اور کے نیتجہ کی تصدیق ہوگئی ہے۔ کے ساوی ہوتی ہے۔ اس کئے منلہ ٹابت ہوتا ہے اگر ہم ب پر تفتیم کیں تو مال ہوتا ہے <u> ((+1)16-((-1)16</u> سے فعلف ہوسکتے ہیں کی مسئلہ (۱) کا عکس ہے اور معمولی تفاعل کی صیورت میں ایسکے قبوت کی چنداں ضرورت نہیں معلق ہوتی اہم آڑلاک ہرتیت کے نے ن (لا)=فہ (لا) تو اکو

ف رالا) - فررالا) کے مادی کہنے سے ماصل ہوگا عف ما عف إف رلا) - فرلا) = ف رلا) - فأرلا) = . لا کی ہرایک قبت کے لئے ماکی ترسم کا ڈھال مثال - اگر عف ما به لا - اتو ما کی عام قمیت معلوم کرد-لا"۔ لاکا فرقِ صرف کوئی مستقل مقدار ہوسکتی ہے مرت نفدر ایک متنقل کے مخلف ہوسکتا ہے وئی متقل ہے۔ غاعل سے لئے جس کی قبیت شلاً ۲ ہو جبکہ لا غاعل سے لئے جس کی قبیت شلاً ۲ ہو جبکہ لا ع بح كى أيك خاص قيمت ہوگى ۔ اب جِوْمكم لا كى ہومية J= - K-K+3

1 = + = + = + = + = 1 = 1 = 1 = 1 شُلاً لا اور لا المادي موت بين جكه لا صغريا ايك كے سادى ہوليكن وہ تفاعل جن كے يہ مشتق ہيں تيني سے - لا + ج اور کے - لا + بح إن كا فرق محض ایک ستقل مقدار نہیں ہے۔ یہ مخلف تفاعل ہیں۔ اشلہ آیا ۔ میں بلحاظ لا کے تفرق کرو۔
- الا + 4 لا + 7 لا - (علا - ۳) (ملا + ۲) (ピーン) (ピーン) (ピーン) (ピーン) ード ٨- دلائه ي P- 7 K + 1 K - 4 K + K - 9 اشلہ ۱۱ تا ۱۴ میں ملحاظ مت کے تغرق کرو۔

دنعہ ۵۸ کے مسئلہ اک ہندی تعبیر بیان کرو۔ کہنے سے مسئلہ (۵) کو مسئلہ (۲) سے حاسل کرو۔ ۱۷- اگر وقت مت پر ایک متطیل کے اضاباع ، اور و فط بیوں جہاں ، اور و دونوں مت کے تفاعل ہیں تو شابت ت ت پرمتطیل کا رقبہ شرح و عرب عرف سے ی رہاہے -اگر دفت مت پر ایک ستطیلی شوازی السطیح کے تین کمنارے اگر دفت مت پر ایک ستطیلی شوازی السطیح کے تین کمنارے ہی کونہ پر آگر کیتے ہیں ع^{نہ و ن} مد ہوں تو تجم کے بڑہنے معلوم کرو۔ ایکہ اِن منابع سے مسئلہ ہم وقعہ ۸۵ کی ہندسی تعبیر بتے ہیں (۲) گھٹے ہیں (۳) اہل ہیں ان نتائج کو تفاعلوں) مرتبہ کرنے میں استعال کرو اور ترسیموں برموڑے نقطے 1-51-5(で)ヤーカーーが(一)ダーカート(り) ١٨- عام علم تفاعل معلوم كروجيك شتق بالربيب حسب

ذیل ہیں

۔ معن د = د جہاں د اور ح سنیہ ہیں۔ ۱۱۔ ابتدائے حرکت سے دت سکنڈ کے بعد ایک ذرہ کی رفار د ۔ ج ت ہے جہاں ج اسراع بجاذبۂ ارض ہے اور د منتقل ہے ' بتاؤ کہ دت سکندوں میں اس ذرہ نے کتنا ناصلہ طرک ہے

فاصلہ سے کیا ہے۔ 0.4 میں تفاعل سکے تفاعل کا مشتق اور متعلوب تفاعلوں کے مشتق م

رفعہ کے میں کسی قوت کے مشتق معلوم کرنے کا جو قاعدہ داگیا ہے اس کے بلا واسطہ استعال سے ایسے تف علی دلائے۔ لاہ ا) کا مشتق معلوم نہیں ہوسکتا ہیں صور میں اور کھو لائے۔ لاہ ا) کو ماسے تعبیر کو اور کھو لائے۔ لاہ ا) کو ماسے تعبیر کو اور کھو لائے۔ لاہ ا ا اور کھو لائے۔ لاہ ا = ء کم تب ما = ء کم جہاں ء ولائے۔ لاہ ا تفاعل ہے۔ دور کے ایس ما کو کا تفاعل ہے ۔ دور کے ایک اضافہ معن لا ہو تو فرض کرو کہ عرکا اضافہ معن لا ہو تو فرض کرو کہ عرکا اضافہ معن لا ہو تو فرض کرو کہ عرکا اضافہ

الرلا کا اضافہ مفت لا مہو تو فرض کرو کہ ع کا اضافہ مفت کو ہوتاہے اور ع کے اضافے مفت ع کے جواب میں ماکا اضافہ مفت ما ہوتاہے۔ اسکے جب کو اضافہ

من لا انتيار كراب تو ماكا اضافه من ما جوا سے اور جب بعث لا مائل بر صفر جوا ہے تو مف ع اورمن، دولول مال به صفر بهوت بین - اب مشتق عف ما یں یہ فرض کریا گیا ہے کہ ماتعری طور پر لاکی رقوم میں بیان کیا گیا ہے، گر عف ما یں مائع کی رقوم میں بیان کیا گیا ہے یعنی عف (الأ- لا + ا) = عن ع x عف (الا- لا + ا) بہاں میں عرف ۔ یغی ع = لا - لا + ا بر استدلال باکل عام ہے اِس کئے بیملہ عال ہوتا ہے اگر کا یہ ف (ع) اور ع د فد (لا) تو ما ' لا کے ایک تفاعل کا تفاعل ہے اور عمن ماء عفي ف (ع) x عمن قد (لا) یا عن ا = عن ا x عن ع

الراء ف (٤) عود فرو) و سا (لا) تو بالكل اسى طرح ماصل بهوكا عفني ما = عفي ف (ع) ×عفي فرو) ×عفي ساراه یا عمنیا ا= عفیا ا x عفیا و x عفیا و اسی طریقے سے مفلوب انفاعل کا مشتق بھی عاصل ہوسکتا ہے۔ فرض کروس مان ف (لا) مہاں لا شغیر متبوع ہے۔ مقلوب تفاعل لا وف ارا) ہے اس میں ماکو متنب متبوع نیال کیاگیا ہے۔ فرض مرو کہ لا اور کا سے تناظر اضافے معن لا اور معنياً ما يَينُ بين سعف لا اور سفف ما ايك ساتم معروم ا= النعام × كالنعام يني عفي م × عف لا = 1 یہ نتیجہ مہندی طریق پر بھی فلام ہے ۔ شکل ۲۸ (دفعہ ۵۷) میں عف اس ناوید کا عاس سے جو ن س کو کے کے ساتھ بناتا ہے کہ عف لا اس زادیہ کا عاس ہے جو ن س کو دن س کو ممال ہے کہ دن س کے جو ن س کے ممال کے ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ممر پر کا ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ممر پر کا ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ممر پر کا ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ممر پر کا ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ماروں شکل ایکا کا ساتھ بناتا ہے اور جو کہ یہ زاد کے ایکدومرے کے ماروں شکل ایکا کو ماروں شکل ایکا کا کہ کا تھا کہ کا ساتھ بناتا ہے کہ ماروں شکل ایکا کی دوما کے دوما کے دوما کے دوما کے دوما کی دوما کے دوما کی دوما کے دوما کے دوما کی دوما کے دوما کی
ر بیں اسلنے ان کے ماسوں کا عاصل ضرب ایک ہے۔

مقلوب تفاعلوں کے مستق دریافت کرنے میں یہ سکلہ نہایت كارآمديوتاب (دفعات ١١٠ ، ١٥) في الحال وم ديكيت إيس كه اور یہ سئلہ درست رہنا ہے خواہ ایک شنقی صفر ہو۔ طالب علم ذیل کی مثنالوں کا غور سے مطالعہ کرے ' اِن میں ہر منسرل پیہ تفاعل سے تفاعل کو تفرق کرنے کا قاعدہ استعال کرنا شال ١- عن (ولا+ب)= ن و رولا+ب) ے نوار (الا + ب) اللہ اللہ ہے۔ اللہ عوري سی مشق کے بعد ع کو درج کرنے کی ضرورت ہیں رہے گی ۔ اوپر کا عمل یوں لکھا جاسکتا ہے۔ عف (ولا+ب)= ن (ولا+ب) × ا= ن و(ولا+ب) شال ٢- عفي (الأ- و الله عنه الله الله عنه الله الله عنه عنه الله ع مثال ١١ - ارعف ما و لا الالدالا ادر عود لالد لا توعف ما معلوم کرو ۔

اسلن عفي ا= الا-لا= الماع شال م _ اگر ما كلاكا تفاعل جو تو ما كم ما كند. لاما كلاما كند سب لا کے تفاعل ہو بگے اور عف (أ) = عفع (أ) x عف ما = ما عف ا عفي (لا ما) = لا عفي ما لم عفي لا = لا عفي الم اور عف اکی بجائے ما استعال کرنے سے بالعموم عف (١) = ك المالة عف (لا ما) = لا عف (ما) + ما عف (لا) = (x () = 1 + 1 o () = (b アナレン) " " = ピーリーリーリーリー برمكس الله ما مأ عف (ل ما) ، ما الله عف (ل ما) ، ما الله عف (ل ما) ، ما الله عف (ل ما) ، معتماله خاص طور بر على سوالات مين كاراً مد خانب مونا با مثلًا الروب ت بوتو لالاً=عن إلى لاً) اماً=عن إلى ماً جهال لا = فرلا وغيسره مثال ٥ - اگر و = كس توثابت كردكه وَ= عفي را و

ۇ يەعنى و يەعنى و «عفى سەشى عفى و يەوغىي و =عفی (ل و ک) اِنفاظ میں و کے تغیر کی زمانی شرح + وا کے موں لاء ف رت) ما د فررت جان ترشالاً) وقت کو تغیر کرتا ہے تو عف ما سعلوم کرو۔ ما کن کا تفاعل ہے اور مت بہلی مساوات سے لا کی رقوم میں معلوم کیا جاسکتا ہے اسكن عف ما = عفي ما x عف ت لیکن مقلوب تفاعلول کے قاعدہ تفرق کی رو سے عف ما = عفي ما = لَمْ شلًا آگر لاء استا ' اء ۲ ارت تو مثال ، ۔ جس صورت میں ما کو لاکا تضینی تفاعل ہو اور اس طرح کی مساوات سے اس کی قیمت کا تعین ہو ولاً ما ب لا ما بي بكلا بل ما بص عدد عدد

تومثال (٧) کے طریقہ کے موافق ہم ماکی قیمت معسلوم سے ہیں -لا خواہ کس طرح برائے اسکے بدلنے سے ما اس طرح برابط کہ مساوات (عد) ہمیشہ درست رہے۔ اسلئے لا کے بدلنے ہے رعد) سمے وائیں رکن کے تغییر کی شرح ہمیشہ صفر ہوگی ⁴ یعنی عفي (الا ما ب لا ما بي بك لا ب ل ما بص)=. يغي وعف (الأما) + بعف (الأما) + ك + ل عف ماء رتم کو تغرق کرنے کے بعد مساوات سے عفی ا یا ا ا ہوسکتا ہے۔ فرض کرد کہ مساوات یہ ہے۔ عف (لأ+لا ما + ما -1)=. يغي ٢ لا + لا مَا + ما + ٢ ما ما = -اسك مآء- الالموال دورور) خاص نقاط پر ناقص (بد) کا ڈھال معسلوم کرنیکے کئے يوں عمل كرنا فيائے جب كالا=اكم مال ما = العنى ما= - يا - ا نقطه (۱۶۰) پر ما = - ۱ بر ۱

معاج کرنے کے لئے کہ کن ثقاط پر نماس محور کیا كيونكم أكرابيا موتوماً يوشكل صفي انتيار كرے كا اور ہے میں یہ مکن ہے کہ ماک صفرے مساوی ہو ا نہ ہو / ندگورہ بالا صورت میں ہمیں (بد) اور الا+ ما ہے . و ایک ساتھ حل کرنا چا ہے ، اِن سے لا ' ماکی یو ہمیں سعلوم 는 = 6 (는 - = b / 는 = b اِن نقطول کیر عاس محور لاکے متوازی سکیے۔ جن نقطوں پر ماس محور لا پر عمود وار ہے اُن کو متلوم کرنے کے لئے ہیں (بہ) اور لا+۲ ماء ، کو (جس سے ما لا تمناہی ہوتا ہے) ایک ساتھ حل کرنا چا ہے ' یہ نقطے جلات آیا ۸ کو بلحاظ لاکے تفرق کرد

1614741 جب اس شکل (لا+ لا)/(لا+ب) کے حاصل قسمت کو تفرق سرنا مقصود ہو تو اسے عام طور بر حاصل ضرب (لا + ال) (لا + ب) كي شكل مير لكينا مفيد موكا، ر کرنے پر نتیجہ مفرد ترین رقوم میں حاصل ہوگا۔ اسِ طریقہ سے تفرق کرو عني ا = عن ا x عني لا ١١- اگرو = ١٦ (الله - لم) توثابت كروكه و = - كيم جہاں س اور و وقت سے تفاعل ہیں۔ ١١- اگر ٧ لا + ٣ ما = ٥ تو ما معلوم كرو- يحر ذيل ك هرنقطه ير دمعال وريافت كرو (1-1-) (4) (11-) (1) (11) (1) ۱۵- آگر (لا+ ما) - ه لا+ ما = اتو ما معلوم كرو- جس نقطه (يا تقاط) پر خط متنقيم لا+ ما = اسنى كو كافها ب آس سے محدد معلوم كرو -

١١ - اگر لا = ات ا ا ب ت - ال ج بت تو محوروں کے متوازی نقطہ (لا عمل) کی رقبار کے ایزائے ترکسی معلوم کرو اور جس سمت میں نقطہ وقت ت پر حرکت گررہا ہے اسے معلوم کرو [مقابلہ کرو مثق ۱ سوال ہم کے ساتھ] ١٥- أذيل تي صورتون مين هف ما معلوم كرو (1) (ピーと)+(1ー・)= デー(ソ) 1=とピーレン(1) (م) لا أ = ج الم た = しか (ア) ١٨ - الرعف ما = لا ماولا +ب اورع = ولا +ب تو عضي ما معلوم كرو -19- الرعفي ما=(لا+و)(لا+اولا+ب) اور ع = لا + الولا + ب تو عصبي ما معلوم كرو-٠٠- الرعف ا= ف (ولا + ب) ادر و= اولا + ب تو عف ما معلوم كرو-ا من تفرقه من وفعه ۵ كى شكل ۲۸ اور ب مين كرلا یا عف امرکی قیمت سس له ن ت ب آور ف (لا) = رت = رت اب فض کروکہ جیسے لا ول سے وم مک برتا ہے مین مایا ف (لا) بکال طور پر شرح ف (لا) یا مس رن سے بڑہتا ہے اس صورت میں نقطہ

ن توس ن ق پر حرکت کرنے کی بجائے عاس ن س پر حرکت کرنے کی جائے عاس ن س پر حرکت کرنے کی جائے ماکا اضافہ ر ق ل بمجائے ریت ہوتا ہے۔ کے اِس فرضی اضافہ کو تفاعل ما یا من (لا) کا تغرقہ تفرقی) کہتے ہیں اور اسے فرما یا فرف (اد) سے تعمیر تے دیں یہ ماتا حقیقی اضافہ بھے معنوما یا میف ف(لا) ہم نے تبیر کیا ہے لدت ہیں ہے بلکہ رف ہے۔ ب معمول لا سے اضافے ل م سے لئے مف لا فرماء رت = ف رلا) مف لا مناه رق د ان (لا) + عدر معنالا جہاں عمر سے وہی منظر مرآد ہے جس کا دفعہ الا میں ذکر ہوا۔ اگر ف (لا) خور تفاعل الا جو یقنی اكر ف (لا) = لا توفك (لا) = ا الا رف (لا) = ولا = ابر مف لا ويحترين كه منير منبوع كي صورت بين رمف لا فرلا تے ایک ہی معنی ہیں، اسس سے ہم الہہ سکتے ہیں ما ورت و ف (لا) ولا مون ا ورق و [ف رلا) وعما ولا بہلی مساوات سے مفتق کی ایک نئی ترقیم حاصل ہوتی ف (لا)= مل = مردن دلا عام طور پر میں ترقیم زیادہ مروج ہے اس کی فائدہ یہ ہے کہ

ایں کی شکل سے اس عل کا پتہ جلتا ہے جس سے مختق حاصل کیا گیا تھا۔ نیز ایس میں ایک اور فائدہ ہے - قرما = [ت (لا) + عمرا فرلا - ف (لا) ولا = عدولا ہو جائیے ' عملی طور پر اور لا اور اس کھے نہایت جیوٹی مقداریں فرض کیا جانا ہے ' رہے کہ یہ ان کی نسبت ہے جو خاص اہمیت رمز فرما کو اکثر ایسے اسے اس طرح کہا جامے تو پوری علامت " و المال لینا چاہئے اور اسے عف کا مرادث سمجنا جاہئے۔

رلا شغير ستبوع بهوتو فرء = عف و فرلا ادر -لا+١) = عف (٣ لا - لا+١) فرلا

ماس محوروں سے ط اورک بر ملتا ہے (شکل ۳۰) نقطہ . خط ج ن گ کمینو عاد لامتنابي طول سمے خط ن اور مجور کا کے درمیان کلنتے ہیں ۔ اسی طرح ان عصوں شے جو ظل ہیں محدر کا بر تعنی ط ل اور ل گ ان کو بالترتیب زیر عاس اور زیر عاد کہتے ہیں۔ نقطہ ن بر لا کا کہا کی جو قیمتیں ہیں ان کی رقوم میر یہ حصے بیان ہو سکتے ہیں۔ زير ماس = ط ل = مورق = الم زیر عاد یه ل گ = ماسس فده ما ما ماس = طن = ما قم فر = ما المرابط عاد = گن = ماقطفه = مارا+ کا وك = - وطهس فه = - المنابِط ما = ا- لاما

یہ جلے ن سے تمام مقامات کے گئے درست میں بترونیکہ حصوں کی علامات کو ملحوظ رکھا جائے کو شلا اگر ط ل کسی منفی حدد سے تعبیر ہو تو ط کو ل کے دائیں جانب ہونا چاہئے کیونکہ ہم نے اور سیاری شکل میں ط ل کو شبت مانا ہے اور ط کل کے بائیں جانب ہے طرانقطہ ن پر لائم ما ' ما گی جو تیمتیل ہیں اُنہیں لا ' سے تبییر کرو کیونکہ ماس ط ن یا عاد گ ن پرکے قطہ کے محدد ہم (لا ' می) سے تبییر کریگے۔ چونکہ ماس ایک الیبا خطے مشتقیم ہے جو نقطہ (لا کما) میں سے گذرتا ہے اور محور کا کے ساتھ زاویہ فد بنایا ہے ' اسلے عاس كى مناوات ب ما - ما = (لا - لا) مس فد يا ما - ما = كا (لا - لا) محور لاکے ساتھ جرمادہ (نفی) ناویہ عاد بناتا ہے وہ فد۔ Ψ ہے اور مسس (فنر۔ Ψ)=-مم فنہ=- $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ d- d=- デー(K-K) عاد معلوم كو -اگر ما كو مثبت فرض كيا جائ تو ツースーナーニージーツーツーキャート

و مثبت ہوتو یہ دونوں عدد منفی ہوتے ہیں کا اسلئے ل کے دائیں جانب دائع ہوتا ہے اور کی بائیں جات منفی ہوتو یہ مقام الگ جاتے ہیں -وط = لا - زير عاس = ك راز ہے ، دفعر ۲۱ میں بھی اس نقطہ کو دیتے موسوم کیا گیا شال بر - سخنی کی مساوات راد ما دی سے کس ک ن دیمیان واقع ہوتا ہے اور ک ط کی ے۔ منی قطع الک ہے (وقعہ ۲۰۲متال دفعہ ۵۱ کے موافق عل کرنے سے یہ مساوات مال ہوتی ہے

(مف لا) + (سف ما) = (قررن ق م المدن س) (في المدن الم جمال لا کے اضافے معن لاتے جاب میں س اور ماکے اضافے بالترتيب مف س اور مف ما ہيں ، مف س ۽ قوس ن ق بلاف لا کے س کے تغیری اوسط شرح مینی مف س کے مادات ذیل سے عاصل ہوتی ہے المرامف ما ہ ونزن ق م مفس ہ المرامف کا ع رون ق م مف لا المف لا ال چنکه مف لا ایک انتها ایک ب است ١+ (عف ١١)= (عف س) يا عف الم = المرعف الم الکل اسی طرح سے ماصل ہو گا عف س = (١+ (عف لا) يزجم فد الله مفلا على المفالا توس كافى المفالا موس كافى المفالا على المفالا موس كافى المفاس المفالا الموس كافى

تفرقوں کی ترقیم استعلل مرتے ہیں اور کیتے ہیں ن ر= فرلد رکت = فرما اور ن ت = فرما کی ترقیم میں زیل کی مساوات تماصل ہوتی ہے یا ما کے معلوم ہوتا ہے۔ شغیر متبوع (نت) ہو اور فرنت اس کا تعترقہ ہو تو مال ولا = لا وت وما = ما وت وس = س فرت اِن قَبَتُوں کو (اَدِ) مِن مندرج کرنے سے حاصل ہوتاً حسب دفعہ ۵۱ لگانہ کا یہ سی رات = ورات × ورت = س جم نر مَا = وما = وما × فرس = سَ جب فه ١- ثابت كروكه مكانى ما اله بم أو لله مين زيرعاد اؤٹ و این الفاظ کو مع وہ منی جلی مساوات ما = ف (لا) مین ا اختصاراً کہتے ہیں مومنی ما = ف (لا)" ٧- اگر کئی منی کا زہر عاد منتقل ہوتو تابت کروکہ یہ منی مکانی اً = ٧ الولا + ج تي جهال ج منتقل ہے -٣- سكاني الا = ٧ اولا ك نقطه (الإ ٢ م) پر جو ماس اور

عاد کھنے سکتے ہیں آن کی ساواتیں دریافت کو ت کرد کہ زیر عاس کی رائس پر تنقیف ہوتی ہے۔ اگر قطع ناقص (شکل ۲۰ دفعہ ۲۷) کے نقطہ ن برکا ماس مور اعظم سے ط آور محور اصغر سے طریر ملے لو ثابت کروکہ وم × وط = وع اور وم × وط = وص جمال م اور م ان کے ظل ہیں بالرسی ع ع اورص کی ب ٥- ثابت كوكه ذائد الله - حام = ا ك نقطه (للم على) یر کے ماس کی مساوات ہے 1= 16 - 18 مثال م کی ترقیم سے موافق ثابت کرد کہ وم × وط = وع ، وم × وط = - وص اور منى علامت كے منى بيان كرو- و افس كے نقطه (لا ، م) برعاد كى ساوات ہے (レート)= (リーリ) ے ۔ اگر ناقص (شکل بر) کے نقطہ ن ایر کا عاد مور اعظم سے گ بر لے تو ابت الروك وگ = زر × وم بحساط علاست اور متعدار ' بیه نمجی ثابت کرد که سگ = زرع و + زیدوم) = زیدس ن گ س = زیدس ن س گ بگ سک عس ن : سک ن

سوفرالذكر مساوات سے ظاہر ہے (اقليكس م ٢ بش ٣) ن پرکا عاد ن کے مانکی فاصلوں کے درمیانی داخلی او نصیف کریا ہے اور ماس خارجی زاویہ کی۔ افض کے لئے مثال یہ میں جو نتائج حاصل کئے گئے ان کے متناظر نتائج زائد سے لئے ثابت کرو۔ ایک مرکز دار تراش کمے نقطہ ن پر ماس کھینجا کیا ہے۔ ناص کی صور میں س صدیق کے = رالا - ا x اللہ - ا لیونکہ لا کم انفس پر واقع ہے۔ تھوٹری سی تحول کے بعد ذ = بي (ا- الله) كيونكه نز = الأ-ب (طلاحظہ ہو مشق ۲ سوال ۱۸) ۱۰- ناقص پر کوئی نقطہ ن (ارجم طر کم ب جب طر) ہے۔ انابت کرد کہ ن پر کے ماس اور عاد کی مساواتیں ہیں

(لاحظه جوستني ۵ سوال ۵) مَكَافِي مَا = م وَلا يركوني نقطه ن رادت الرت الرت) بي ت روکہ ن برے ماس اور عاد کی مساواتیں (ملاحظہ مو

ピットニットーコーート (ロリー)

کے نتیجہ سے یا کسی اور طرح سے ٹابت کروکہ رکانی محمے نقطہ ک برکا قاس (شکل ۱۹) محور سے طربہ

ط ن پر عمود ہے اور اسکی تنصیف س سے یہ س x س ن

روكه ركب ك: طن = ر ك ن : ط ن = - م : ن يو اگر (۱) م = ك ن = ه (۲) م = ۱ ن = ۹

اِن کو حرنا گذار منی کتے ہیں۔ ۱۲۔ مکانی مانے ہم اولا سے کئے ٹابت کرو کہ

10- نیم کبی مکانی او ما = الا کے لئے شابت کروکہ (ترقیم دفدالا) طل= ہلا ك = ہلاك = ہلاك ك = ہلطك $\frac{e^{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{e^{2}\sqrt{1+\frac{9\sqrt{2}}{2}}}{1+\frac{9\sqrt{2}}{2}}$ اور اگر قوس میں کا طول مبرأ سے ناپنا شروع کیا جائے
تو اسکی تصدیق کرد کہ $\frac{J_A}{r'} = \frac{1}{\sqrt{3r'}} + \frac{J_A}{r'} = 0$ ١٦- ثابت كروكه جن نقاط برخط اولاً + ا صدلا ما + ب ما = ا مناہے ان برے ماس محور کا سے متوازی ہیں اور جمال حد لا+ ب ماء منحی کو کاشا ہے وہاں بر کے اس پتے [ساوات لا ا + ما = ۴ کولا ما مشق ۱ سوال ۱۳] ہے محور کا کے سعوازی ہیں اور جن نقطوں پر مکانی یتے کو کا ٹتا ہے ان پر کے ماس محور عواری ہیں۔ مبدأ (۰٬۰) ان میں سے ایک نقطہ ہے اور محددوں کے محور فعاس ہیں اگرچہ یہ ایک مشتنیٰ صورت ہے جس کا دفعہ ۵۹ مثال ۷ میں ذکر کیا گیا ہے کہ باتی نقطے - UT (FV) (EVA) (EVA) EVA) ١٨- شابت كروكه ناقص الله + بالله = ا ك الله (10 - 10) = (10 - 10) (10 - 10) 19۔ ثابت کروکہ سنی ماہ ج لا کے لئے · (1+73 (1+7) = (1+7) (1) = (1) + (1) = + (1) (1) = + (1) (1) جيك توس كو نقطه (، ال) سے ناپنا شروع كيا جا مے ۔

المردودود المالية المردودود المردودود

اورائى تفاعل العظيمة ستمضتق = جب مفلا جم (لا+ مفلا) پہلے جزو ضربی کی انتہا مف لاہ، کے لئے ایک ہے اور دوسرے جزو ضربی کی انتہا ہم لا ہے اسکتے عف جبلاء جملا عف جم لاء حب لا

كيونكر عف جم لا= بسا جم (لابمف لا) - جم لا كيونكر عف جم لا= بساء عف الا اور جم (لا+مفالا)-جم لا=- احب مفالا جب باقی عمل وبیا ہی ہے جیسا (۱) میں -(٣) عف مس لا= الحرالة = قط لا كيونكه عف مسر = المالاء جم (لا + مف لا) جملا × مف = تطالا = قطالا لا کو جب لا کی شکل میں رکھکر مال تقییم کے رق کا قاعدہ استعال کیا جائے توہمی یہ نیتجہ حاصل ما ہے۔ انی اصولوں کی بنابر یا عاصل تقیم کا کلیہ استعال کرنے ے بارانی ثابت ہوسکت ہے کہ (س) عفن قم لاء - فم لا مم لا ره) عف قطلاء قطلاسس لا (٢) عف لا = - قرالا = - قرالا مفتقوں کے متعلق وا تعنیت تفاعلوں کی ترسیم میں

بت ہوتی ہے ' طالب علم کو جاہئے کہ انبک جتنی آ سے بنائی ہیں ان کا اس نقطۂ نظرے معائنہ کرے عف جب (الا+ب)=عن جبع xعف (الا جم و x و = وجم (اولا + ب) اس طرح عف جم (اولا + ب) = اوجب (اولا + ب) عف مس (الا + ب) = ال قطير (الله ب) وغيره وغير دراصل طالب علم کو چاہئے کہ انبدا سے جی ان صورتوں کے ساتھ مانوس مومائی ۔ ما تد ہوں ہوجائے۔ نیز سجب (اولا + ب) کا شتق معلوم کرنے کے لئے نرض کودکہ جب (اولا + ب) م ع کے ساوی ہے۔ تب عف إحبا (ولا+ب)]=عف ع x عف حب (ولا+ب) = +2x (((((((()))

= الرجب (الاب) جم (الدب) بم (الدب) بم (الدب) بين فرات نبيل أرب كى الدباس منتق كى بعد اس الدباج كى بمى ضورت نبيل أرب كى الوبط في الرياكيا موتو اس صورت مين الوبط في الرياكيا موتو اس صورت مين عف جب لا اسم لا مح ساوی نہیں ہوگا بلکہ ت جم لا کے سادی ہوگا کیونکہ لا درجے بالا نیم قطروں سے ساوی ہوتے مراد جب (لا مع)= جب (الله نيم تطري) عف جب (لادرم)= عف حب (١٨١٤ نيم طري) = = (4 (5) اشلہ ایا 4 میں بھاظ لا کے تفرق کرو۔ ۱- جب سلاجم سلا ہے۔ جب سل (لاجب) ۷- جب م لاجم ن لا مل سے لاہ جم لا ٧- الا- الهجب الا ۵۔ حب لا۔ لاجم لا ٥- الده المحب الا ٨- ١١ الله المحب الا 9- - " جملا+ المجم لا سوالات ١٠ تا ١٥ ميں جو تفاعل دئے گئے ميں أن ميں سے مراکب سے جواب ميں ايک ايا تفاعل معلوم كرو مسكا لائ مثنق وہ دیا ہوا تفاعل ہو۔

اا- جم (اولا+ ب) جم 4 لا - جبب 4 لا ۱۱- قوار (ولا+ب) ۱۱- جمرالا ۱۲- حب الا ۱۵- حب الا جمالا سوالات ۱۱ تا ۲۲ ع جمات كو بلحاظ لاك تفرق كرو--16 (レナソ) パー ١٧٧ - ثابت كروكه عفي [سس ٢] = المجم لا اور عمل [لاس لا] = لاجملا ١١٠- ايت كوك جيب لا بالديج كمنة بي جيد لا صفر سے اللہ سک المینا ہے اس تفاعل کولاء، سے لاء ١١ مک تفرشم کرد (نیز لما حفه بهو سوال ۱۳۸) يد سنله ثابت كرنيك نئ دكھاؤك جب لا كا شتق منفى ے اور اللے جب لا گفتے والا تفاعل ہے اگر لاء ت تو سيمالا = به اور جب لا حلا الله يه لا تساويان

جو سعت صفرتا # مے دمیان ورست رہتی ہیں. 40- ایک نقطہ ایک خطِ مستقیم پر حرکت کریا ہے اور اس کا فاصلہ میں وقت دے پر اس خط پر سے ایک ثابت نقطہ ماوات س = الرجم (ن نت - ع) سے ماصل معلوم كروك ت كى عن فيتون كے لئے اس كى رقبار زیادہ سے زیادہ سے اور اسوقت نقطہ کہاں ہے کہ ت کئے اسکی رفتار صفر ہوتی ہے اور ان اکوں سے حاصل ہوتے ہیں لا۔ ارجم ت ما۔ ب جب ت اتابت کرو کہ جیسے ت صفر سے ۲ ہے گا۔ (یات سے ن + ۲ ہے تک) براما ہے یہ نقطہ قطع ناقص در شرم کرتا ہے۔ وقت ن پرنقطہ کی رفتار کے اجزار ترکیبی اور اسکی سمت حرکت دریافت کرو۔ ٧٤ - آيك نقطه كے محدد ان مساواتوں سے عاصل موتے ہيں لا = او (طر-جب طع) ما = او (ا-جم طم) بہاں صفر خے طہ کے ۳۲ مابت کردکہ نقطہ سے طریق کا عاس محور لا کے ساتھ زاویہ ہے۔ طب بناتا ہے ادر اگر قوس كومبدأس نابا مائ توس = ١١ و (١-جم طي)-نقط سے طابق کو خط تدویر کہتے ہیں (دفعہ ۱۲۷۱) ١٧٨ ميبول سے منحنی کی مساوات ماء ارسجب لا ہے،

اس کا زیر فاس اور زیر عاد معلوم کود ٢٩- ار عفي ما = مارا - لالا اور لا = ارجب طر توثاب كردك

عف ما۔ الأجم طبہ تفروں کی طرقیم میں ہم لکھ سکتے ہیں کہ

ورا= الا-لا ولا ولا = المعم طه فرطه ورا = لا جم طه فرط

٣٧- الر درا= وراد اور لا= لو(١٠

دکھاؤ کہ لا کی مثبت قیمتوں کے لئے

ا- بالأح عجم لا < ا

ن رلا) گھٹے والا تفاعل ہے۔ نیز جونکہ ن(لا)=، جبرلا=، اسلئے لا کی تمام مثبت فیتوں سے لئے اسے لازماً سفی ہونا

چاہئے ۔ ۱۳۸۷ - اگر لا شبت ہو تو ثابت کرو کہ とりかべくかり とり

فرض كروكم فه (لا) = لا- إلا - حبب لاكتم رمثال ۲۳ كى روسے) فد (لا) منفى بے كيونكر فد (لا) ياف ۲۵ مار اسى طرح سے نابت كروكر مجب الد شبت جو تو ١- ١- ١ ١ حم الا < ١- أواد المراد الله ان لاتساولوں کو کسی رقم کک لیجا سکتے ہیں۔ مطابعہ ۲۵،۳۳ اور اللہ معرفی میں میں میں اور اللہ میں میں میں میں میں كى لاتساويان كس طرح بيان كى جاسكتى ين-عومہ اگر لا مثبت ہو اور 🍱 ے کم ہو تو تابت کروکہ لا < المس لا+ يه حب لا مهم 4 مه شلتی تفاعل خود وحیدانقیمت بین کیکن مقلوب مثل تفاعلوں کو وحیدالقیمت بنانے کے لئے 'زاویہ مو ناص حدو کے افرر محدود کرنا بڑا ہے (لماخط ہو دفعہ مرم) جیب قاضالیاً عاس اور عاس العام نے مقلوب تفا علوں کے لئے یسعت - ال سے للے ہے اور جیب اتمام اور قاطع کے لئے سے 17 - مختنی معام کرنے میں اس مسلا عف الله عف الله كو استعال كيا كيا ب [الاصله مو دنعسه ۹۵]

عف جب لا = + الم فرض كروكها عبب الاعب العصب ا اورعف الا عجم ما = + الا كوكر جم ما شبت ب جك ا - اور ت کے درمیان واقع ہو۔ اسك عفل حبب الا عفل العفلا - الما عف لا= -جب ا= -[+ الا شبت ہوتا ہے جبکہ مائم صفر اور T کے دمیان واقع ہو اسکئے عف جم لا عفل ا = عفل ا = - الما الله ید نیتجہ اس سادات سے بی حاصل ہوسک ہے جم الا = لله -جب الا اسی طرح زیل کے نتائج ماصل موسکتے ہیں۔ ره) عف فم لاء - لاللا (٢) عف قط الاء لاللاء ا

ان نتائج میں سے (۱) اور (۳) نہایت ضروری ہیں ، جدر شببت عدد مع اسك رشالاً) إلا طور بہ عادی ہونا جائے جبکہ شغیر متبوع لا کنہ ہو ملکہ لا کا خيلي تفاعل مو خاص طور پر الا يا الك الله الراك = ع تو عف جب لا عف جب اع ×عف (ال 1 × 1 = 1 × 1 = = عف سن الإ = عن سن عف (ال) $\frac{1}{(1+1)} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{(k+1)} = \frac{1}{(1+1)} \times \frac{1}{(1+1)} = \frac{1}{(1+1)} \times \frac{1}$

سوالات آیا و کو بلحاظ لا کے تفرق کرو تفاعیل 2 تا 9 میں سے ہرایک کے جواب میں ایک ایسا تفاعل ککھو جس کا لا مشتق ریا ہوا تفاعل ہو۔ عف إلى الا-لا + لوجب الحجه الا-لا ہو تو نمیخہ کی علامت کو بدل دنیا ہوگا۔ اسی طرح کے الفاظ شال ۱۲ برممی صادق آتے ہیں، شال ۱۲ میں نتیجہ درست ہوگا اگرارشبت ہو ادر لا پہلے شبت ربع یا بہلے منفی ربع میں واقع ہو۔

۱۴ _ نتابت کرد که عف (وجبلا - ب حراب الرجملا) (والمرب الرجملا) و الراب عملا المرب الرجملا) و الراب عملا) و الرب عف من (ااك مسلا)= الكاجبالا یم ا بے شاہت سروکہ عف حب (ببرجبلا) = مالاً-بالا ۱۵- اگر لا = رجم طه، ما = رحب طهر اور لانمان ر، و سب مت سے تفاعل موں تو نابت کرد کہ (١) لاَ = رَجِم طر- رَحِب طرطَه (١) أَ= رَحِب طرد رَجِم طرطَه (m) لامً - مالاً= لاطر 40- توت نمانی اور لوکارتمی تفاعل - اس صورت میں اساسی انتہا وہ ہے جو دفعہ مہم میں معلوم کی گئی ہے مینی $V = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ اور وہ جو نتیجہ صریح دفعہ ۹ م میں بیان کی گئی ہے جسے اس سکل میں بھی لکھ سکتے ہیں مفالا

مناب. من لا = الله الله عف و = فو (۱)

كونكر عف و = سي الله معن الا = و المن الله عف الله عن نتيج صريح عفى ألاب لوك الدال (١) عفي لوك لا = أ كيونكه عفي لوك لا = سيا الوك (لا + مف لا) - لوك لا = من لاع من له لوك (١+ مف لا) ركمومف لا على الرلا على أو بي مف لا ائل بہ صفر ہوتا ہے م ائل بہ صد ہوتا ہے ، اب اوربسا لوك (ا+ لو) = لو معنالا) = لو م ده الوك [(ا+ مم)] = لوك [سل (ا+ لم)] = لوك و د لوك رتون كا اساس و فرض كيا كيا ب الك نتيجه ثابت والبيء عف لوك الا = الله لوك الو

المركوك لاكامشق له مان ليا جائے تو فو كامشتق مقلوب تفاعلوں سے منتق معلوم كرنے كے قاعده كو استعال كرنے سے ماصل ہوسکتا ہے۔ اور ابرعکس اس کے لوک لاکا م ولا کے مشتق سے ماصل ہوسکتا ہے 'مثلاً فرض كروكم اله ولا تب لا = لوك ما اور عف لا = إ عفل فرَّ عف ا = عف لا = ا = فو عف لوك (ولا+ب)= عمع لوك ع×عف (ولا+ب)= إله 12 = U+V/ جونکه لوک لا حقیقی عروه فرا است برمای برد الاستب مواس کئے لوك (- لا) صرف أس صورت مين تقيقي مو كا جبكه لا .. رکھنے سے معلوم ہوسکنا ہے نیس وہ تفاعل جس کا لائ مشتق کے ہے لوگ لا ہوگا اگر لا مشبت ہو اور لوک (- لا) ہوگا اگر لا منفی ہو۔ یہ تابل توجہ ہے کہ لوک لاکا مشتق جبریہ تفاعل ہے جو اپنے ابتدائی تفاعل کی طرح لاہ۔ کے لئے غیر ملسل ہے۔

شال ١- عف لوك (لا + الا + ك) = الا + ك فرض كروكه ع = لا+ بالاً + ك ' تب عفى لوك (لا+ الا بك) = عفي لوك ع بدعف ع = لح بدعف ع اور عف ع= ا+ أ - (لا + ك) م م الا = الا + ك + لا الا + ك اور نتیجہ فوراً حاصل ہوتا ہے۔ یہ تابل توجہ ہے کہ الكويلة = لا استنق لوك (لا + الا الحك) كا لين الدونة = م ر حبة الله على الدونة الله كا تكهلي احصا ميں يه شائج كثرت سے استعال ہوتے ہيں -مثال ۷- وللحب (ب لا+ج) اور وللهم (ب لا+ج) کے مثلق معلوم سرونو طبیعیات کی تبض شاخوں امیں یہ تفاعل کرتہ سے استعمال موتے ہیں۔ عف إولاجب (بالاجع) عف إولاجب (بالاجع) +ب وُلاجم (بالاجع) = وولا (وجب(بالاجع) +بجم (بالاجع) } یہ نیچہ نہایت موزوں شکل میں کلہا جاسکتا ہے۔

خواه تجہہ ہی قبمتیں ہوں من اور طبہ ہمیشہ س جم طد= و، س جب طد = د عف (فولنجب (ب لا + ج)] = م فو (جم طرحب (ب لا + ج) +بب طرحم (بالانج) } ين وُلْجب (بالاج، الم اسی طرح سے حاصل ہوتا ہے عفى [ولاجم (ب لاجع)] = من قوَّجم (ب لاجع + طم) جاں من اور طبہ کے وہی معنی ہیں جو اوپر بیان ہوئے۔ اس استحالہ میں امتیاط ضروری ہے "کیونکہ عاس سے معلوم نے سے طدیکا نہ طور پر بنیس معلوم ہو سکتا ، جس ربع میں واقع ہوتا ہے وہ او اور نب کی کملامتوں سے معلوم سروشبت ما بائ اور البي دونول شبت بيلے رہے ميں ورقع ہو گاكين اگر و عب دونوں سفى س طر شبت بهو كاكين طدر تيسرب ربع يس واقع ہوگا، اس طرح سے شاہرات مادق آئیں سے جکہ اورب كى علامتين محلف ہوں -ی مدیں سے ہوں۔ علی طور پر اس میں سہولت ہوگی کہ سر کو شبت مانا جائے حکہ و مثبت ہو اور منفی مانا جائے جبکہ او منفی ہو اور پھر طہ کو مُنبت یا منفی حاده زاویه قرار دیا جائے - عددی مثالول کو عام

ضابطہ لگانے کے بغیر عل کرنا مناسب ہوگا۔ عف { قوالنجم (١ لا+١)}=-قو المعجم (١ لا+١)+١٠جب (١ لا+١) } س اورطه كواسطى نتخب كروكه سحم طهد ٣٠ س حب طهده ایں گئے سے ۵ مس طر = ہے = سے ہ م اور ۵ ۵ ۸ = ۲۵۲۵ نیم قطری ، اسلئے عف { قو النجم (١ لا+١) }= - ٥ قو الأجم طرجم (١ لا+١) بجب طرب (١ لا+١) } = - ٥ و العجم (١٠ لا+١ - طر)= - ٥ و العجم (١٠ لا+٢١٠٥) شال ١- الا-١) (لا-١) كا لائمشق معلوم كرو-، صورت میں اور ایسی اور صور**توں میں** جہاں تفاعل حاصلِ ں شکل میں ہو اس میں سہولت ہو گارسب پہلے تفاعل یا جائے اور بچر اسے تغرق کیا جائے ۔ اس تفاعل کو بیر کرد ' تب الوك ما= م لوك (لا-١) + الوك (لا-٢) - الوك (لا-٣) - الوك (لا ٢٠) اب عف لوك ما = عف لوك ما × عف ما = ل عف ما 11+11-11/ (ピーソ)(ピーソ)(ピーソ)(ピーツ)

11+リトーリア اسلنے عف ا=-でにりだいりだいりだいり اسی طرح اگرتفاعل عوجی ہو جہاں ع و درری سب لاکے تفاعل ہیں تو تفاعل کو ماسے تبیر کرنے اور تفرق کرنے سے ماصل ہوگا (ملاحظہ ہو دنعہ ۸ کاسئلہ ۲۲) عف ا عفاع عف وعفاى عفاع عفام عفام عفاي شال م _ اگر ع اور و دونوں لا کے تفاعل ہوں تو ہم عو کا شتق اس طرح معلوم كركتے ہيں ركمو ما = ع^د اور كافين كے بوكارتم لينے سے لوك ما = و لوك ع <u>عف لم = عف و x لوک ۶ + و عف ۶</u> عف ع = ع {عف و يد لوك ع + في عف ع } شلاً عن لا = لا (لوك لا+1) جلات و ما سوا کو بلحاظ لاکے تفرق کرہ ن کوک لا لا کوک لا

لوک (الجيم لا) (الجيم لا) لوك (الا+ لر+ الا-1) · ١-تفاعیل ۱۹ تا ۱۸ میں سے ہرایک کے جواب میں ایک تفاعل معلوم کرو جس کا لا' مشتق دیا ہوا تفاعل ہو۔ (1-1 -1-1) = 1 -10 -16 1+731 19- ارًا= لا الا بلك + لك لك لك إلا الا بك ك توثابت كروكه عفي ما = الا ملك ك مقالبه کروشتی ۱۲ سوال ۱۰ سے ساتھ۔ · ار ما = الا بك - اك لوك (الا بك) + ا تو أبت كروكه عف ا = المرابك توثابت كوكه عف ما ماب الراب ملا

مقالبہ کرومشق ۱۴ سوال ۱۱ کے ساتھ ۲۷۔ قوت نامنحنی ماہ ج فو^ق میں زیر ماس اور زیر عاد معلوم کرو ۔

 $\frac{d^{2}}{dw} = \frac{1}{4} \left(e^{\frac{k}{2}} + e^{\frac{k}{2}} \right) | e(w) = \frac{1}{4} \left(e^{\frac{k}{2}} - e^{\frac{k}{2}} \right)$

وفعہ 194۔ زائدی تفاعل۔ مال ہیں ہی گئی اور تفاعل جہیں زائدی تفاعل سیتے ہیں اطاطۂ ریاضی میں شرکیہ کئے گئے ہیں' یہ شائی تفاعلوں کے ساتھ کئی طرح کی مشاہبت رکہتے ہیں اور کئی لی ظ یہ قائم رائد کے ساتھ ان کا وہی تعلق ہے جو مثلثی تفاعلوں کا دائرہ کے ساتھ ہے' ہم انہیں زیادہ استعال نہیں کرینگے تاہم اس مجلہ ان کی تعربیت ویدینا مناسب معلوم ہوتا کرینگے تاہم اس مجلہ ان کی تعربیت ویدینا مناسب معلوم ہوتا

رسے ہم اس عبد ان ی سریب رقیبی مہم ہوں ہوں ہے۔
ان سے ساکہ جب کہی طالب علم کو اپنے سطالعہ میں کہیں ان سے
واشطہ بڑے تو وہ ان سے مطلق ناشاس نہ ہو۔ ان تفاعلو
کو ہم زائدی جیب کو زائدی جیب اتعام زائدی ماس کو غیرہ
کہیں سے اور ان کے لئے بالٹر تیب یہ علامات

استعال کریں گئے۔ جبز مجز ' مسنر ' وغیرہ وغیرہ ۔ ان کی تعرفيات يه بن - ولا - ول علم شلث کے مسئلہ جمع کے حواب میں جبز (لا ± ما) = جبرلا جمرا ± جمز لا جبرا (۵) جمز (لا ± ما) = ممزلا ممز ا ± بنرلا ببنر ا ا ا = لا ركب سے ماصل ہوتا ہے (۲) جبر الا = ۲ جبر لا محمز لا (4) جمرًالا = جمرًالا + جبرًالا = ٢ جمرًالا - ١ = ۱+ ۲ جبر لا ان تفاعلوں کی ترسیس بنانے میں یہ یادر ہے کہ جیب عاس اوالیے شکافی طاق تفاعل ہیں لیکن جیب التام اور اس کا شکافی

مستنقق إساني معلوم بوسكنته تايه عف جبرالا = جنرلا عف جنرالا = جيرالا عفى مسترلاء تطرّلا عفى ممرلاء يمرلا عف قمرلا = قمزلا ممزلا معف قطزلاء قطولا منزلا مفلوب برائري فاعل علوب تفاعل لوكارتمون كي رقوم مين بیان منو سکتے ہیں۔ تر فرونکماے کہ آگر اے جب الا تو حب مادلا اسی طح آگر 'ما = جبتراًلا تو لا = جبر ا لیس ماکی لوکارتمی صورت معلوم کرنے سے لئے ہمیں اس مساوات کو حل کرنا جا ہلے لا= إ (فو- قوم) سنى تو - الا فو- ١ = ٠ جس سے عاصل ہوتا ہے تو = لا ± الا + ا چوکھ تو ہوشد مقبت ہوتا ہے اسلئے صرف مقبت لی جاسکتی ہے -اسك فود لا+ الاله اورجيز لاد ماد لوك (لا+ ولاله) اسی طرح سے عاصل ہوتا ہے جمز الا = لوک (لا + الا - 1)

ابر <u>الاا-1</u> اب يزك لا- الأ-ا = (1-19-14) = - let (14-14)-10 یا ہے جو جمزا لا کی ترسیم سے مثابہت رکہ کے کرد مثاکل ہو کا جوکہ مجمزلا کا سخنی محور م ہیں مسہولت کی خاطر ان میں لاکی بجائے لاہ بیا گیا ہے۔ عف جز ال = الما + الا 1-1 = y " ; Go عن سرو = الرحرا) عن مرال = -در (لا > لا)

جمرًا للے کے شبت معین کے لئے شتق میں شبت علامت عف (عب ما) من الم المكنيكي عا ر تميار ۽ عف (عفي ما) ر معنوا رن وال رر عفي (عفي ما) ر رعفي ا

اگر پہلے مشتق کو اس شکل فریل میں لکبا جائے تو اعلیٰ مشتقوں کی ترقیم میں ورلا کو عف کا معادل خیال کیا جائیگا شلاً عفي ما كى بجائے ورائع ما يا ورائ بوكا اور العموم عن اكى بجائ ولا ما ينى ورا ھا جائے گا۔ اعلیٰ مشتقوں کی ترقیم میں بعض اوقات زبریں بھی استعال ، جائیں گی ۔ شَلاً هُنَ (لا) كا دوسرا ' تيسرا ' چوتھا ' ن واں مشتق بالترتيب فيَّا (لا) فيَّ (لا) فيُّ لا أ . . . في لو ي يرجو كا جهال ن كے كرد خطوط وحداني لكهدى كئي ہے تاكه ن رُ تُوتُ اور ن ویں مُشتق میں تمیز ہو سکے اسی طرح آ ما ... اور استعال ہو سکتے ہیں لیکن جب زہریں یا نقطے دو سے زیادہ ہوں تو یہ ترقیم بے دہب ہو جاتی ہے۔ شال ١- اردن (لا)= ألا بدب لابح لابدلاء ع تو در الله علم كرور ことのこうしんしょりんしょうとしん で (と)=1161十十十十十十五 できしい (化)= ツアルレイトン

دع (لا)= ١٢١١ جوکر نی (لا) سَتَقُل ہے اس کئے پانجواں اور اس سے اعلے نام مشتق صفر ہو گئے۔ یہ آسانی معلوم ہو گاکہ لا کا ن واں شتق ان ہے اور ن سے اعلے رتبہ کے سب مشتق صفہر شال ٢- اگر لا = ارجم ن ت تو در الا معلوم كرد ن ت المراد المرا = - ن لا مثال ١٠ - أكر ماية فولا تو ثابت كردكه عف مايه لا ولا يولا لا ما عف مايار فولم عف مايه لاعف فويه أو ولا أغره اسِ صورت میں گویا تفرق کا عل آتفاعل کو اُلاکے ساتھر ایک دفعہ ضرب دیدیئے سے مساوی ہے۔ مثال مه - أكر ما = وُلاحب (ب لا + ج) تومعلوم كروعف ما معن ا عف ماء من وُلحب (ب لا + ج + طر) (وفعه ١٥ سال ١) عف ا= س و و حب (ب لاجج + طه +طم) ت من ولاجب (بالاج ٢٠ طه) اس سے بہرانی معلوم ہوتا ہے یا استقراء صابیہ سے یہ عقق سے ساتھ ثابت ہوسکتا ہے کہ عف اليري ولاجب (ب لا + ج + ن طم)

شال ۵- تابت كردك عمي حب دادد د) والحب (دلاد ب الله

عف جب (لولا+ب) = ارحم (اولا+ب) = ارجب (اولا+ب + 11) وغيره اسي طرح به ثابت موسكتا ب كه

عفیٰ جم (الا+ب)=الاجم (الا+ب+نا)
مال الا- ثابت کروکه عف لوک لا= (-۱) ان-الاق الله مثال الا- ثابت کروکه عف لوک لا= (-۱) ان-الاق الله ماله ماله منظر الله مسئله مثالی معلوم کرنے کا مسئله مشالی اور بریتان کن ہوتا ہے - بہت کم دیسے تفاعل ہیں جیسے لا یا فولا جن سے ن ویں شتق کم دیسے تفاعل ہیں جیسے لا یا فولا جن سے ن ویں شتق بیس - ذیل کے مسئلہ کی مدد سے کسی عاصل ضرب کا ن وال مقتق معلوم ہوسکت ہے ۔ ایسے لیب بنیز نے دیافت کیا اور یہ اسی کے نام سے موسوم کی ایسے لیب بنیز کے دیافت کیا اور یہ اسی کے نام سے موسوم کی ایسے لیب بنیز کے دیافت کیا اور یہ اسی کے نام سے موسوم کی ایسے لیب بنیز کے دیافت کیا کا دریہ اسی کے نام سے موسوم کیا ایسے لیب بنیز کے دیافت کیا کا دریہ اسی کے نام سے موسوم کیا لیب بنیز کی اسٹ کی الا کے دو تفاعلوں عوادر و کا لیب بنیز کیا مسئلہ آگر ما کا لا کے دو تفاعلوں عوادر و کا

اس مسئلہ کا نبوت دفعہ ۸ کے مسئلہ ہم کو بار بار استعال کرنے سے عاصل ہوتا ہے ، زبروں والی ترقیم کے موافق چونکہا=عرف

﴾ = وع + وَع ﴾ = وع + وَع + وَع + وَع + وَع + وَع + ٢ وَع + وَع + اً= وع + وع + وع + اوع + وع + وع = وعُ +٣ وَعُ + ٣ وُعُ + وُعُ أً كُم ما كم كے لئے يہ جلے صريحًا اس انون كے موافق بي جو (١) میں منضبط ہے۔ عام مسئلہ اب استقراع سے حاصل ہوسکتا ہے۔ را) میں اور (لے ا) ویں رفیوں کا حاصل جمع ہے ادر اگر (۱) کو تفرق کیا جائے تو اس طح عف الله اللہ کے لئے جو جله مال ہوگا اس میں دے اللہ کا سریہ ہوگا ج بن سن ا يس عف المرك لئے جو جلہ ماصل ہوتا ہے وہ (ا) كے قانون ، موانتی ہے ، لکین اوپر ہم نے دیکھا ہے کہ مسئلہ صبیح ہے بلہ ن = 4 یا سوم اس لئے یہ صبیع ہے خواہ ک کوئی متبت جع عدد ہو۔ اس علم مسئل بہت مفید نابت ہوگا جکہ تفاعلوں کو ں میں تعیلانے کا مضمون تعبث میں انتظا [باب مشدم]

عفیاً اُ عَفَ (ما) مفہوم کے لحاظ سے باکل ایکدور سے معلف ہیں اور ہیں احتیاط سے تمینر کی جائے (عف ما) سے مراد ہے (فح عف ما کی بجائے ء رکہنے سے عف رعف ما) = عف رع) = عف رع) عف ع= ٢٤عف ليكن عف ع عف x عف ما = عف ما كاس ك

عف (عف ما) يه عف ماعف ما عفي (مَ) = امَا مَا " وَهِ (وَلَمْ يَاتِ بِرَيْكُ الْكُلْمِ يَابَتِ بِرِيكُمْ الْكُلْمِ يَابَتِ بِرِيكُمْ لا کم ما کے ت استقوں کی رقوم میں معلوم کرد۔ عف ا = عف اله = آ جہاں زبریں ت كو تعبير كرتى بين -لَكِن عَفَى إِلَى اللَّهِ الْأَعْفَى آ - اَ عَفَى لاَ اللَّهِ الْأَلْمُ- اَلاً اللَّهِ عَفَى لاَ اللَّهُ اللَّ اللَّهُ اللَّهِ اللَّهُ اللَّا اللَّهُ اللّ شال ٣- الر ا= ولائه ب تو تابت كروك لا ما = ما میں دوری ماوات کی درائل ضرورت بنیں کیونکہ تعبیری ماوات کو لا کے ساتھ ضرب دیئے سے واصل ہوتا ہے الألم = الدلال عن = عما

علم طور پر او مب کو ساقط کرنے سے گئے تینوں مساواتوں کی ضورت ہوگی، لا اللہ عام الو تفرقی مساوات کتے ہیں۔ شال م - اگر ما = لاع جہاں ع ، لا کا تفاعل ہے تو عف ما معلوم کرو، لیب نیز کے مشکلہ کی رؤسے عف ما = الأعف عدن (١٦) عف اعد الارتار) وعف الم اس کے بعد لا کے سب اعلی مختق صفر ہیں ۔ کیس عف ا = لا عف ع + ٢ ن لا عف ع + دن (ن - ١)عف ع مشق ۱۹ ا ۱- اگرما= ۷۷-۱ لاً+۴ تو ما 'ما ' ما ' ما ' ما ' معلوم كرو ـ ٢- الراء بالأ+1 تو ما معلوم كو-٣- الراء لا (ل-لا) توماً ، ما معلوم كرو-معسلوم حرو -۵- اگرما = سجب لا تو ماً اور ما صعاوم كرو [جب لا= +-+ جم الا] ٧- اگر ا = لا جم لا تو ما اور (ا) معلوم كرو -٤- اگر ا = حب لا جم لا تو ما اور (ا) معلوم كرو -

٨- اگر ما = لا لوك لا تو ما اور مان معلوم كرو -9- اگرها= لا فو تو م^{ان وريا}نت كرو-١٠- اركاء لا فوتو له دريافت كرو-١١- أكره الأكا منطق صيح أن وين ورعبه كا تفاعل موشلًا تو نابت كروكه ما = إن لا ما الله عنه كرما ما = ر اسلہ ار اور ۲ میں تفاعلوں کے موڑ کی قیمتیں معلوم کرو اكر ما = المارة توسيم كے موركے نقط وريافت كرد-علوم کرد کیے ما تہاں صفر ہوتا ہے 'اور دکھاؤکہ ایسے تعلو^ل ير مُاس اين گھاؤگئي سمت كبراتا ئے -١١- اكر ا= و الا + ب لا تو تابت كردكه لا ما = ن (ن+١) ١٥- أرما و و و + ب قو الا تو تابت كوكه ما - ك ما =٠ ١١- ار ما = احم ن الا دب جب ن الا تو ثابت كوكراً + ن ما عاد ١٠ - أرما = قو المحمال الرجم ن لا + ب حب ن لا) توات كروك ·= 6(じか+じ)+ 6 5+ 6 ١٨- أكر ف (لا)= ولا- لا) فرولا) جهال فه (لا) أيك سطق صیح تفاعل ب جو لا = ال کے لئے صفر نہیں ہوتا تو ثابت کردکر

۱۹- آگرف (لا) = (لا- ال فر (لا) جهال ر مثبت صحیح عدد ہے اور فر (لا) مثال ۱۸ کا تفاعل ہے تو ثابت کروگر ف (١) = . ك ف (١) المسين الزاراء ؟ ف (١) و الفراد ٧٠ - أكر لا مثبت موتو وكهاؤكه لا يالأح لوك (١+لا) حلا ركھوف (لا) = لا- إلا لوا - لوك (ا+ لا) فر (لا) = لا - لوك (ا+لا) پھر دیجیوشق ۱۱ سوال سسا۔ ۲۰ گر او معبت جو اور آیک سے کم ہو تو ثابت کروکہ ۔ ۱۱ - اگر او معبت جو اور آیک سے کم ہو تو ثابت کروکہ ۔ ۲۲- الرق = الحالم + بيا بالمسلم المال تو ثابت كروكه ن ہے میں کے لئے جی ۔ لوگ ن کی انتہا ایک محدود مقدار ہے جو صغیر اور ایک کے دمیان واقع ہے علو موکر کا معلی سے دیں] موالات ۲۰ اور ۲۱ کی لا تشا دیوں کی رو سے $-\sqrt{2}\left(\frac{1}{(2)}+1\right)\sqrt{2}\left(\frac{1}{(2)}-1\right)\sqrt{2}$ $\frac{1+\omega}{\omega} < \frac{1-\omega}{\omega} < \frac{1+\omega}{\omega}$ $(\frac{+}{4}) < \frac{+}{4} < (\frac{+}{4})$

= ١ > لوک ٢٠ جمع کرنے سے ا+ لوک ن کے ایک (ن+۱) اس نے ا کی ۔ لوک ن ک نوک (۱+ن) جس سے نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ مستقل کی قیمت. ٢٧١ اگر لاء ارت کا ١٥ ارت توعف ال کوت کی رقوم میں معلوم کرو۔ ۱۲۷۔ آگر لا یہ ارجم ت 'ما یہ ب حبب ت تو عف کی ماکو ت کی رقوم میں معلوم کرو۔ ٢٥- الرولية لوله ما أنو دكماؤكم دفعه ١٢ كي ترقيم كے موافق وَ= لاً جم فد + أَحب فنه ٢٧- أرَّ لَو لاً + ٢ صر لا ما + ب ما = ١ تو نابت كروكم عف ا= (صداب)/(صلاب)) ٢٤ - اگر ال الأ+ ١٥ الا الم ب الله ١٠ ف الم عن المج = ، تو عمن ما وبج + ان گرصدون - باگ - ج (ص لا + با - س الر لا ما ع - تو ابت كروك عف ا= ١ الالا

متقهما

٥٧٥ اگر ع الا كا تفاعل موتوثابت كروكم

عف (وُلْع) = فُو (رُع + ج رُ عف ع + ج رُ عف ع بسر اگر ما يه مسس الا تو تابت كروكه

(۱) عف ما عن
رس عف ا= بجم (۱۱) جم ال

جب 'ت میں مف ب کا اضافہ ہوتا ہے تو فرض لا بین من لا ون ن کا اضافہ ہوتا ہے اور شب ولا کا است من اللہ کے اندر اوسط رفتار من لا ہے اور وقت سے پرجو رفتار ہے وہ اس مقدار کی انتہا ہے جکیہ مت لاے ، اسائے ع = الما عن المعن الله عن الله ع بالعموم من كا تفاعل ہوتا ہے أوقف مف من ميں اوسط اسراع اس سمت ميں جس ميں كد لا بربہا ہے ها من عن ع عما اضاف ہے وقت ف ت میں ، نیز وقت ت پر کا اسراع اس ماصل ت کی انتہا ہے جبکہ مف ت ہے ، کہندا ھر = ھر عو = ھر لائے نیوٹن کے دوسرے کلیہ کی روسے قوت ق اس میں جس میں کہ لا ٹرمتا ہے وقت سے کحاظ سے معیار ترکت کی تربیلی (اکثی سمت میں) کی شربا ہے' اس کے ق= <u>قرم</u> = مع = ملاً ایم ق کو ایک اور مشکل میں بھی بیان کر سکتے ہیں ، عرکو لائل اور لائم و مت کا تفاعل تصور کرد (ملاحظہ جو دفعہ 6 شق ۹)

علم حركت كيضابط

ورع = فرع × فرال = فرع × ع = فرال الم على المراق الله على المراق
پس ہم وت و تعیار ترت ی تبدی ی وان ترب ہی اور اور ایک مرب یکی مرب یکی مرب یکی مرب یکی مرب یکی کی مرب کے خیال کر سکتے ہیں یا توانائی بانکرکت کی تبدیلی کی مرب مرب کانی سنرے مرب کے تصور کر سکتے ہیں ۔

و حراد فرض کرو کہ آیک قوت ق ایک ذرہ کو معیاری محل (جس پر فرض کرو کہ لا = اور) سے مقام ن تک حرکت دینے میں ای کام کرتی ہے اور ن سے تک تک حرکت دینے میں مفت ای کام سرتی ہے نقطہ ن پر قوت ق + مف ف ہے اس لئے جب 'مف لا چھوٹا ہو' تو جو کام ہوتا ہے وہ تی مھٹ لا اور (ق + مف ق) مفت لا کے دربیان

ہے کیونکہ فی × کمھف لا وہ کام ہے جو اس مقروصہ ی ناپر حاصل ہوتا ہے کہ قوت وقفہ ن ن میں منتقل رہتی ہے اور اس کی قیمت ن برکی قیمت کے مساوی ہے ور (ق+ مبعف ق) × معیف لا وہ کام ہے جو اس مفروا

کی بنا پر عاصل ہوتا ہے کہ قوت وقفہ ک کی نمیں متقل میں متقل میں متقل میں ہوتا ہے کہ قوت وقفہ ک کی نمیں متقل میں ہے ہوگی ہیں۔ میں میں ہے ہوگی ہوتا کا کام م این دونوں قیمتوں کے درمیان ہے ہ

لینی مفلے کی قیمت ق اور ق بد مف ق کے ورمیان واقع ہے کہانا

وك = ق

بیونکہ فرط بھی تی کے سادی ہے ' اس کئے حا ادر
اللہ میں صوب کسی متقل کا فرق ہو سکتا ہے۔

نیز توت کے کام کرنے کی زمانی شرح فرکھے ہے '
اور چونکہ کی کو لا کا تفاعل اور لا کو مت کا تفاعل تصور

وك = فرك « ولا = قع

طالب علم کو جا ہے گہ اِن مفاردوں کے بعدی ضابطوں پر بھی توجہ کرے (دفعہ ہم ہ) گار لا طول کا ناب ہو تو فرلا ہی طول کا ناپ ہو تو فرلا ہی طول کا ناپ ہے اور رفتار عربینی فرلا سے لئے بغری ضابطہ کی خت اسے۔ دیگر مقادیر سے بعث بعث دی

ضائطے بھی اسی طرح معلوم ہو گئتے ہیں ۔ مثال ا۔ دخس کرو کہ قوت فی منتقل ہے ' ابس صورت میں اراع منتقل ہو گا جو ذخس کرو کہ سے سکے مساوی ہے ' اسکے اگر زفال سے بعد اقت کے ۔ ع

المذاع = عت استقل فرض سروكه وكت اليي عد جب عد الياج

علم تركت كي ضابطي

شدائی شانط کتے ہیں۔ بس ع کی مندر جا ل مذکور ع کے مساوی ہے اب ہم لا الا=ع=ع ت+ع الا= الم-عت+ع ت جس کی تصییدیق تفرق کرنے سے ہوسکتی ہے موخرالذکر ナーキーマーナーリ اب حما کی قیمت بھی ت کی رقوم میں معلوم موسکتی ہے حَا= الله معَ = الله هرع ت+ع.) لا کے لئے جو تغمیت اوپر معلوم کی گئی ہے اُسے استعال کرنے اور لے م عالم کی بجائے جو اُلئے سے ہمیں طاقعل ہواہ حا-حا = مع (لا- ١) = ق (لا- ١) یہ شکل سیرسی توانائی کی مساوات فرما = ق سے بھی صل ہوسکتی ہے۔ بِٱلاَخِرِ جِوْنَكُهِ فِرِكِ = ق اس كنَّ كنا = ق (لا - ل) يُونك جب لاہ او تو تو کام صفر ہوتا ہے کہذا سا۔ جا۔ کا کہ یہ توانانی بالحرات سل اضافہ اس کام کے ساوی ہے جو ے آیا۔ y۔ زمن کرد کہ قوت می شش کی قوت ہے جو ویے

ے اور دور ہا ہے ، کیوکہ جب ات اس سے برطر ت + الله بوجاما ب تولا اور لا دونوں ابنی عام قیم ایک روفعه بورا کر لیتے ہیں ۔ ہم او کو حرکت کی لا کمینگے۔ علم قابت کرے کہ اگر لا = ج ' غر= ع ِ ' جبکہ العلاج + على) وجمطه = ج) وجب طه على الم

بنے کئے لئے جو توت دیکار ہوگی وہ اس ت ہوئی۔ کیس اگر قوت ق ہو تو ق سَعَلَ ہے ، جب توسیع لاب مثالا لا پیدا کرنے کے گئے کی کام کرنا یڑے اور ف لا اور (ق+ الوكاليني المفت ك اورق بداها ق ے درمیان واقع ہوگا، جب ممن لا انتہا میں Lw Kxk= Lok

کی کام کرتا ہے ' نیز فرض کرو کہ فتارہ پر دباؤکا اشداد کہ ہے ۔ ہم س ہے ' ثابت کرد کہ فرک ہے کہ ہیں افراد کی وجہ سے جو قوت علی کئی ہے وہ کس ہے ' اس رفتال کے دباؤگی وجہ سے جو قوت علی گئی ہے وہ کہ ہیں ہے نارہ کو فرا ہے بینی نفر در کہ در مقاد کہ ہم معن کہ جو جابا ہے بینی معن کر جو جابا ہے بینی معن کر جی اب رفتال کے وہ افراد کر کہ معن کی جو تا ہے وہ معن کر جی اب رفتال ہے وہ معن کر جی اب رفتال ہے وہ در کہ ہم معن کی جو تا ہے وہ در کر کہ معن کر اور (کہ ہم معن کہ) سی معن کر کے وہ ان واقع ہے۔ یعنی معن کی کر س اور دس ہمف دس کے دریاں واقع ہے۔ یعنی معن کی کر س اور دس ہمف دس کے دریاں واقع ہے۔

ہندا <u>حرب</u> = دس اس نتجہ کو آیک ادر شکل میں مبی لکھا جاسکتا ہے ااگر ال سکا حجم سے ہو تو میں معن لا مجم کا اضافہ ہے حبکو ان سے کہد کتے ہیں۔

ابس نے مف کی ادر د+ مف د کے دمیان ب اور بہیں عاصل ہوتا ہے

دی = د

مشق ۵۔ ایک جسم ایک محورے گرد حرکت کررہ ہے۔ ایک خط جو جسم سے اندل من ثابت ہے اور محور پر محود وار ہے ایک اور خط کے ساتھ جو فضا میں ثابت ہے اور محور پر عمود وار ہے رقت میں پر زاویہ طد بنائے

رد نقطه ن کی زادی رفتار اور طنهٔ کو و گرد نقطہ ن سما زادی اساع سمتے ہیں۔ ق 4 ۔ برق کا شعبت بارہ ایک نقطہ دیر جمتع ہے اور نقطہ ن (شکل ام) پر کے اکائی بارپرام کی توت وفع ۔ ہے جاں لا = ورن عب یہ اکائی بار ال سے ب تک حرکت کرے تو جاؤک کتنا کام کیاگیاجاں وا= ا وب ہے ہے اس سے اس کے جانے میں کام کی ہوتا ہے وي = ٢ اورك = - با مستقل جب الا = الم توك = ، اس ك مستعل مركور عيب لینا ن پرکاکام ہے

ایں لئے را سے یک جانے میں جو کام کی ہوتا۔ و لا ۔ جب ب اتنی دور ہوکہ کے مقابلہ میر ع نظر انداز ہوسکے تو کے = م او اس کئے اس صور اکافی بارسے مقام ﴿ سے سیان کے باہر یطے جانے میں جو کام ہوتا ہے وہ وہ ہے کہ اِس تفاعل وہ کو ١ برنقطه و سبر كے برقی بار م كا قوہ كہتے ہيں۔ ن پر قوہ م ہے اگر اِس کو اورم (گرام) سم ومیان فاصله لاسنتی میرو بران درا کے دریان ش می می وائن جہاں میں تجاذب کا متعل ہے (جو ۲۶۱۷ × ا ساوئی ہے) کم طاحظہ جو گر ہے کا رسالۂ طبیعیاں ماوئی ہے) کہ طاحظہ جو گر ہے کا رسالۂ طبیعیاں

ر او کی طوت مائل ہو دونوں صورتوں میں و سمسى ق موا ب اور فرو الله اس کے تفاعل کے مائل بدرم الاس ك موا ي اور جب كلا ے ہم ویسے کے او کے قریب آنے سے ا ہے اور دوسری طرت سے الا مے ا سے اس کی ایک اور محدود انتہا ہوتی فرض كرو (بغرض ميولت) كر أو = ا امر الم الم سك = ١١

متنقلات کی اور فیتنوں کے لئے بھی ترسیس حسب معمول طریقیوں سے باسانی تھنچ مکتی ہیں۔ (ملا نظمہ جو تشکل ۲۲) 5) فتكل اب ج د قوہ و کی ترمیم ہے اس کا صد (ب مكانی ہے اور حصد ب ج د قائم تطع زائد ہے۔ مبدأ هر ب ادر نقلول والأمنى هرع ف ، فرف مي ترسيم

ہے جس کا عدد عرع نظمت قم ہے۔ والح کے ترسیم وسلائے متواری خطاستیم گ عب اور خی جرج ل خرالاً انتصابی نقط دار خط کے بائیں طرف سے عصے تفاعلوں کو كيك ادر بعيلا وكي قدين

ست مف لا كو بم خلى يميلاؤكى اوسط رِلاً كُو تَبِشُ عَلَى بِرَخْطَى بِعِيلاً ذُكَى قَدِر بَهِيكَ -+ او طب تو قدر فر الله او کے ماوی ہوگی یں ہے اگر ف کطرہ=ال طرب طیا تُوتيش طُنَّ سِر رقبه جو كا ما= {١+ ف(طه)} و (۱+ ف (طرر)) المبتول فرما اور فري كو

س من ش و عن ش اس متنتی کے بنانے میں نقطہ کے محدد نہیں برائتے ایک دیے ہوئے تقطہ پر صرف وقت کے گذرنے کے ساتھ ہنی نیز فرض کردکہ آیک سطح مستوی جو ٹن من پر عمود وار ہے اور ن اور من کے درمیان دافع ہے اس کے اکائی رقبہ میں سے معن ت وقت میں حرارت کی مقدار مدن مثن کفود کمکی ہے۔ ہم مان کہتے ہیں کہ تی کے لئے جو ضالطہ

الله اگر ایک علقه یا دور میں سے گزنے والے خطوط توت تعداد ن مو تو الفاظ میں اس کے معنے بیان کرود كروكم سالخ كى كمشش ن يرك أكائي وره برج اس کا قوہ ایک نقطہ ن برجوترص کے مرکز نریں سے

گزرنے والے عمودی خط پر واقع ہے وں ہے جہال ()=1 TO 2 { / [" + " - ["] جهال الم ترم و نصف قطرے اور ندن = لا انتاب كروك ن بركى اكائى كيت بركشش ١١٥سك ١١ - الله الم عابت کردکہ اگر لا مقابلہ او کے جمونا ہو تو کشش تقریباً ۲ π س کئے ہوگی۔ ۱۰ ساک نقطہ کے محدد وقت ت پریہ ہیں لا = ارجم (۱ ن ت عد) اماء بجمن ت خابت کرو کہ نقطہ سے راستہ کی ساوات ہے الا محدد حیطهٔ ایشناز از اور دور سیسوالا ساده موسیقی تفال

یا ادر طبیعیات کی گاہیں ۔
اا۔ ایک ہی خطِ متنقیم ہیں مساوی دوروں والی دوسادہ موسیقی حرکت موسیقی حرکت کرد موسیقی حرکت بیں ترکیب دی جائیں ہیں ، نابت کرد کہ یہ ایک ، ادد موسیقی حرکت بیں ترکیب دی جاسکتی ہیں جس کا دور ان حریوں سے دور کے مساوی ہے اور جو اشی خطِ مستقیم میں وقوع پزیر ہوتی ہول ہے حرکتیں علی الفوائم سمتوں میں ہول ہے تر سوال ماقبل کی حرکتیں علی الفوائم سمتوں میں ہول تو نابت کرد کہ ان کونرکیب دینے سے جو منحی حاصل ہوتا ہے وہ قطع ناقص ہے۔

ب علم كوجام الله كرسيم طبيع لرناك اراكر معت الرسے ب ك ك الدر

ای نقطه برفادلا) یا فارلا اغیرسل موجائے نوس کا مدکورلازمی

طوريردرست نهيل موقا -

مسكلا وسطقيت احصاكا ابتدائي رساله 444 سے بی ازخود عیاں ہے کیو کرجب کلا ، ارسے ب تک بڑھے تو ایک فار بلا) ہمیشہ بڑہ تارہے یا ہمیشہ گھٹتا رہے اس لئے کہ رض کرو که لا) ضرورانین ہوگی کہ رب، وفعراك وكالإياف رب، وفراك واب واب كالإرب وا، (اوسط فيمت كاسلله) شكل ٣٧ ين فرض كردكه ل نقط إدك رام إ

سندسی زبان میں اس مسلم کا یہ مطلب ہے کہ ترسیم ہول اور م کے درمیان کم از کم ایک نقطہ مثلاً ن ضور ایسا ہو گا جس بر کا ماس و تر ل م کے م متوازی ہو'اگر ن کا فصلہ لا ہوتو ن پر شخنی کا ڈھال ہے (لا) ہوگا ہ

جس سے مساوات الا فائم ہوجا تی ہے۔ طالب علم کو چاہئے کو ترسیس کھینے م مکروں دن کی طرح سراس سن ادہ تفظر ہوسکتہ میں اور نیاس سنے

اگر آل اور ب کے درسیان لا کی تعمیت کے لئے ت (لا) یات (لا) غسلسل مداندہ مری تبدیل مران کی درسی مو

برکارریکوت مسلکہ (۱) سے بھی مستبط ہوسکتا ہے اوراستنا وکا یہ طریقہ اسلے خاص طور برضروری ہے کہ اسکی توسیع سے قبل کا مسلکہ عاصل ہوسکتا ہے جوعلم احصا میں نہایت دور رس ہے ، در حقیقت مسلکہ (۷) فیلر سے مسلکہ بی کی ایک

خاص سورت ہے۔ مقدار فی پر تنورکرو جو ذیل کی ساوات سے منعین ہوتی ہے۔

ف (ب) دور فراد الله عن
اب تفاعل فَ (لا) - ف (لا) - (لا - لا) ف كوجولبف (ب) - ف (لا) - (ب - لا) ق من بیب می بجائه لا سلیم سے حاصل ہوتا ہے فا (لا)

سے تعبیر کرو۔ تب (۷) کی روسے فا رب) صفرے ساوی ہے؛ نیز فا دِلا) صفر۔ بُ س بئے سکلہ (۱) کے شرائط فا (لا) میں پورے ہوتے ہیں کیونکہ فا دِلا)

اس كئے سنگه (۱) كے شرائط فارلا، كي بورے ہوتے جن كيونكه فادلا) اور فادلا، دونوں سلسل جن اس نظ فادلا، اور ب كے درسيان لا كى كم ازكم ايك فيمت لا سے كے صفر ہوگا، لىكن درسيان لا كى كم ازكم ايك فيمت لا سے كے صفر ہوگا، لىكن فارلا) = ف دلا) - ق

اس کے فارلا) - ق = . اور ف = ف رلا) اس سلانات موا له ١٠ - أركن ولا) في ولا) اور وي ولا) مسلسل إول جيار لا الرسے بيك بدلے اتوا اور ب مے درمیان لا تي مرا ت (فرس کروکه لا) البی مولی که مقدار من برغور کرو جومسا وات ذمل سے متعین ہوتی ہے۔ ・=レー(り・し・し) も(り) し(り) しいいしいい صب سابق تفاعل فأ (لا) ايسالوك فارلا)=ف(لا)-فرلا)- ولا-لا)ف (لا)- إرلا-لا)م يهان فارال عن فارب عن [ازروك مساوات رس) اورفارال کاردا کی شرطیں یوری کرتا ہے تاب فارلا)= في رلا) - في را) - دلا- ا اس لیے اور ب سے درسیان الا کی کم از کم ایک قیمت الا کے لئے مين بعي معدوم مونات جنكه لا = أراك مشاردا ، كى شرطتى فادلا) مين بمي بوري بوتي بن أرس بي اس الماريني في ولا الأ المستق لا على فارلا)= فارلا)-س اس نے فاولا) = ف ولا، س نے فاولا) = ف ولا، اورسمیں حاصل ہوتا ہے!۔

فرب، فيرك، رب له ف راه ، لرب اله في الإ ، = ٠ مِن سےمئلہ نابت ہوا۔ اس مئله كوحسب ولي مندمي معنى تعي بينا مي حاسكتے بيس. يركاماس دم سے دير تك (شكل ١٣٣) تو ب-اي في را) دم عدرب معين برنايا جائے في رب لي بن رالا، عيم اگر آلا تو بی عدد موجو آر آور ب کے درمیان واقع ہے تو الا۔ اور ب کے درمیان واقع ہے تو الا۔ اور ب کے درمیان واقع ہے تو الا۔ اور ب کے درمیان واقع ہے تو الا ۔ اور ب کے درمیان واقع ہے تو الا ۔ اور باجیوالا یہ طب کے مساوی ہے، آس طرح لا = او + (ب - او) طبر اس سے ظاہر ہے کہ اور ب کے درمیان سے ہرایک عدو کو او + (ب - او) طبہ سے تبیر پیاجا سکتا ہے جہاں طب ایک مثبت کسرواجب ہے ۔ فرَض كروكُه بُ = ل+ هر توب - لا = هُو' ف (١٠ ١هـ) = ف (١١) + ه ف (١١ اورمسئل رسا) يومالك فرالهم)=فرال، مطف (ال) + المحن (الراطم)

مئا ساکا طب منک ماکے طب کے لارمی طور پرمساوی بہیں ، اسلئے امتیاز کی でしていまりとう(しくしゃら)とり(し)としていいのはの اليكن (1+4) = (+ + 1 الهر + ه = (+ هر ×۱ (ا + اله هر) اسلنے میں منورت میں طب = ل البین شکل ۱۹۲ میں آگر ک ن م الکیہ مكانى كي قوس موتورس ، سنجدكا وسطى نقطه بروكا ورسى ان وز اگراہم او ی جانے لا لکھیں تواویری شکلیں موجاتی ہر ف(لا+ه)=فرلا)+ه ف (لا+ضه) (۲)ب ف (لأ+ه)=ف (لا)+ه فَ (لا)+ لم فَ (لا +طبه ه)...(سُاب أرسم اركوصفرنادير اور دركى بحائ لا للحير تو ع زلا) = ع رو) + لا ف رطر () (۲٬۲) ف (لا)= ف (٠)+ لا فَ (٠) لم الله فَ رَطْمِ لا)....(٣٠) ملا بسے مثلہ و وفعہ ۵ کا ایک اور شوت عال بھوٹا ہے آگر صر شوت ورال عُمَّلُف نبيس م ييونكراكر ف (الا) الأسحى الم فيم ع يؤسفر بوتون (لا) صفر بوكا أيس ف (ب) في ف (لا) تتيرَ ف دار) من رب سادي مور كى كَ إِنْفَاظُ وَكُمْدِ فَ (لا) مُستَقَلَّ مِوْكُا ﴿ اسْ لِيُ الْرَفْلَ (لا) - فَالا صفر بوتوتفاعل فلا (لا) - فا (لا) مستقل بوكا -

سنتی ا۔ اگر لا شبت ہوتو نابت کروکہ لوک (۱+لا) کم ہوگا لا سے اور بڑان و گالا - لہ لا سے ۔ $\frac{1}{(1+1)^{2}} = (1+1)^{2}$ ف $\frac{1}{1+1}$ ف $\frac{1}{1+1}$ ف $\frac{1}{1+1}$ ف $\frac{1}{1+1}$ ف $\frac{1}{1+1}$ ف (٠) = لوك ١ = ، ك (٠) = ١ ، ف (طمالا) = المطمالا ف (طرلا)=-(ا+طرلا) منله (٢) ج) كيرُوس لُوك (الله لا) = ف(٠) + لاف (طمالا) = المطه الالا معدرس حج) كى رُوسے لوك (١+ لا) = دن (٠) + الا دَار) + الله فار) سو ٢- ابتروكج لا براء - بلات ف(لا) = جملا و رالا) = - جب الا فرالا) = - جمالا ف (٠)=١٠ ك (٠)=٠٠ ف (طهالا)==جم (طهالا) منكدرس ج)ى روسے جم لاء ١- ١٠ لا جم (طب لا) > ١- لا جونکہ جم رطب لا) تعداداً کم ب ایک سے نیزاً سائی سے ستنبط موسکتا ب کر جم لا = 1 - طب لا جہاں طب کوئی شبت کسرواجب ہے جو ا سے الم ہے ۔ انوی سو۔ طالب علم بیر فرض کرے کہ فرب، ف راد، درب ان ف راد، للهاف درا الله المالية یہ ابت کرنے کی کوشش کرے کواگر ف (الا) اوراس کے جلے مین مشتقات

ملسل بیوں تو میں مساوی ہوگا ہے الا) کے جہاں لا کو اورب کے درمیان واقع ہے۔ اس میں اور کی بجائے معفرا ورکب کی بجا ہے لا رکھنے سے بیس عاصل ہوتا ہے: -ف(لا)=ف(٠)+لافَر٠)+ لِلْأَفُر ١٠٠٠ لِللَّافُّ (طيرلا) اور 🎹 کے درمیان واقع ہوتو カーナル くりしし、アリーナイントリーシートルル یہ لا تساویات کما ہو جائنگی جبکہ لا '۔ 🎹 اورصفر کے درمیان واقع ہوتا راً ف (لا) = (لا - ا) م- ا تو ف (لا) = . جبكه لا = . اور جبكه لا = يا بنا دکیا ف (لا) ، اور ۱ ک درمیان لا کی سی قیمت کے لئے ارف توجہ دلائی گئی ہے ۔موٹر کی قمیت تفاعل کی عظم ہوسکتی ہے یا افل۔ ان می یا ضا بطہ تعرفین دل میں درج کھا ڈال ب جِيوبيُ سكِن ميدورُ متعبت مفدر عالت كم و انيرف (او) كو ف رلا) مي اقل قبيت اس وقت كهنة بي جبكه ف را جبر طوير

يهوا رو ف (اله هر) اورف را و هر) دوتون سے هراي تُ فَيْمِت كِي لِنْ جَوَائِك جِيونَىٰ لَكِين محدودُ مَثْنِت بِتقدارِ عَا لا + ﴿ يَكُ بُرِيْهَا بُ تُوفَ (لأَ) كُصّْتِ بِينِي كُيُّ (لا مُنْفِي بُح ں گئے جب' لا 'بڑھتے رہے کو میں سے گزرتا ہے تو ہ (لا ہمیں منتی قمیت اختیار کرائے ۔ بہلس اس کے آگر لا بڑھتے بڑھتے ایک السی یں سے گذرہے کیا ہ کر لاِ) شبت سے نفی موجائ تو ہ (لا) ' اسي طرح ف (ل) عن (لا) كي اقل فيت صرف اس سورت كرر في برية الريس مرازة وقت ف (الا) ل تفاعل كي علاست صرفيت

مت بوگی اگر فٹ (لا) ملث ینی یکدا عظم اور اقل قبیت کے لئے ف (لا) کی علامت براتی ہے استعال کیا جالسکتا ہے ۔ وفعہ ۸ > میں معلوم ہوگا کہ ف (لا) کی ترسیم پڑ

وہ تقطیمس کے لئے ف (لا) اور ف (لا) دونوں صفر بوں بالعموم ماري في دلا)صفري ليكن بهان قاعل كاموركا له بهیں ہے کیونکہ دی (لا) کی علامت کی تی متقا بی جا نبور میں ت كي منك منه من منظم موسكة بي كيو الرف (و) くっしんとうしゅ こうしんりにん とうしんしょうしん ى علاسيس حطى جيونى فيمتوب كے لئے وہى مدنى يا مليس اور ف (1) کے اعظم حمیت موٹ کی صورت میں ان فرقوں کی ملامت منفی ہوگی ۔ منفی ہوگی اوراقل میرو نے کی صورت میں یا علامت منتبت موگی ۔ ﴿ = ه فَ (١) + إِهُ فَ (١ - طُه ه) = ه (ف (١) + إِه ف (١ اطمه) } ٩ -- هذارا الم فق (١ - فره) - ه (ف دار) + خف (الصمة) جب کی اوئی بہت چیوامشت عدد موتود ادر دی علامتیں ۱۰ اگر دے دل صفر ندمون وہی مونگی جو الترتیب دے دل در ادر دن آلی کی بی دمقالم کر و وقعہ ۲۰۰۵ مسئلہ اسے ساتھ ساتھ اس نے در اور درکی

بود اور د وونول منفی مول کے حب ف (ال) منفی برولکین مثبت ، مهو بس مهیر اس طریقیہ سے بھی وی قا عدہ مال م ينتجه تكال سكتي مي كواكر ف راو) ف راوي م هو جائيس اور دن در ار) معدوم نه موتوت راد) ف دلا) ئ كما مائے مثلاً ثابت كروكه اگر ف (لو) اور ف رلا) صفر ن کی دائی صفرنہ بروتو لا سے او میں سے بڑھنے سے وہی ولال ت برات م اور ك رلا) علاست بنيس بداتا الكين ارف (او) صفر ہواور دیا" (ا) صفرة ہوتو لا ك برہتے برہتے اوس سے ئے سے ف رلا، علامت برات ہے، ف رلا، علامت بنس براتا اور ف إلا) علاست براتا ب -ں عے ۔ سی بیس مشق ا۔ تفاعل سو لا اُ۔ ہم لا اللہ ای مورکی قیمتیں معلوم کرو۔ تفاعل کو ف رلا) سے تبیہ کرو، تب ف رلا) = 11 لا اُ۔ 11 لا اُ ف کا رلا) = 14 لا ۔ 14 لا

اب ف (لا) = ١ الأ (الا - ١) اس نفيه صفر يو كا أرلا = . يا ا - ۲۲ = ۱۱ (جومتنت ہے) وكد ف دارمتيت كالله ف (١) تفاعل ف (لا) كي اقل م صفرے قریب ف (لا) کی علامت (+ هـ) = ۱۱ (هـ) (هـ-۱) = (+) (-) = -مزو ضِربی کی صرف علامت لکهنا کافئ موتکا - اسِ گئے حبب کلا يالخيرزياده موتوف إلا إضفى مرة اهيم معنى ف رلا) اسلنے ف (٠) • ف (١٤) ق مراب ہے۔ رسیم برلا = • کے جواب میں نقطہ النعطائ ہے ۔ ایم ووسرے طریقے سے نامت کرسکتے ہیں کہ ہ ن (٠) مورکی نمیت ہیں رسیم ایم اور سرے طریقے سے نامت کرسکتے ہیں کہ ہن (۴) مورکی نمیت ہیں ہوا ص ك بربها ب توف را منب مؤتا ب اواس ك ين إلا) برمنے والا نفاعل بے اسلے ف (۱) دن (ا) کی صرف افل میت ہی نہیں لمکہ لا کی تنیت سے لئے دن ولا) کی نبیت اس سے کم نہیں ہوسکتی ۔ ف (لا) الا کی سی فنمیت کے لیے منفی ہمیں ہے

اعظما وراقل فيمتير

ال مبعد من المرار مناع كو مات تعيمرو يضعن قطرو لاست اورار تفاع كو ماست تعيمرو サイニンボャナレンボトニをからしとソポニ ووسرى ملاوات سى لا واله الإله الرس سى جيم كوف ال ("ソーソラ) m= b シェ リm= (ソ) (ニ الله عن (لا)= ١٨ (رُ ٢٠٠٤) في (لا)=-١٦ لاكورلا)= الرلا= ± ١٠٠٠ منفى علامت كوبهمود مجهد كركركرد يا عاسكتاب اب ف (الله)منفى ب اورائے ف (اللہ) عطف م م ، لبذائرے سے بڑا مجم = ١١١٠٠ ارتفاع ساوات ما = لا - لا سے مثل بوتا ہے جب کلا = اللہ تو ما = الله عنی برے سے برے جم والے اسطوان کا ارتفاع اس کے يت اعظم اوراقل السوفت م حكى حبكه لي (ال ب) جماله ميت أعظم إ اقل مو - آله حب تول (او -ب) جم اطه كي

۔ بُ)اورا قل قیمت لے ('اُل یہ دب) ہوگی ۔ رح سے ہم لا 4 عام کی اعظم اور اقل قیمتیں معلوم کرسکتے ہ رجم طه اور ما في بجاك رينب طه ركورتب لا + ما موجالا ب وحم طد + م هرجي طرح طر + بجب اطري-ا اب لا اعظم بوگا جبکه به اقل مهواوربرعکس اس سے اور رواور طعم کی مادات سے م لکھ سکتے ہیں : -را = اجم طروب طرجم طروب طرح طروب = +(ヤ+リ)++(セールライカル+ = + (6+4)+ ~~ (+ طد - طر) جال سيم طمه و (ال-ب) ادر سحب طمه هاورس = + الراد سب طمة ا کی اعظم اورا فل قیمیتر حسب ویل ہیں ۔ انگا کی اعظم اورا فل قیمیتر حسب ویل ہیں ۔ プログナー(いーカ) ナナ (いーカ) ナーナットー رسی نقطہ نظرسے اس شال کامفہوم یہ ہے کہ اس مخوطی کے بضف محور لموم کئے جائیں حبکی مساورت اولا ' + ۲ کھ لاِ ما + ب ما = اِ ہے کہ طر کی قیمتین جس سے محور شعبین مروتے ہیں ذیل کی مساوات سے عال موتی جم (اطدرطن)= + العل = طديا ١+طر طن عل = إطريا + +ط

يغى دونوں محور تعلى القوائم بن - حكى كى قيمتيں يورے طور بردومها داتوں حِم طَن = ل (ا- ب) اور رجب طلاً = ه وال كأمشتقول كى مدوست حل كرناز إده وشوادا ورذفت طلت رلا)= قود جب (ب لاجع) جمال اورب مثبت مِن وف (لا) كى موركى فيمتس معلوم كرو-فَ (لا) يه وقولا (رجب (ب لاجع) - بجم (ب الاجع) هير ودلاجب (بالاجع-طر) جان سجم طرول سجب طروب س= بالإجبار فيُّ روا) = سُ قُوْلًا جبرب لا +ج-٢ كُس چُوْلُهِ وَ الله الله كُوكِسي محدود قيمت ك كي صفرنبين ب اس كي ، رب لا + ج- طب) = . كي اصلين م طع = ن ۱ (ن = ، ۲ ± ۱ ع ۲ ک ا فَرولا) = ما قولا جبرب لا + ج - طه - طه) عرا ووالن جبرن π-طر اب جب (ن ١٦ مله) = دجمن ١٦ جب طر اورجب طر اور سن و لا دونون مثبت بلي اسنك ف (لا) كى علاست

ای بینی (-۱) ای -اعظم بروگا جبکه ن = ۰۰ ۲۰۲۰ می تا می تنمیت ص T-3-1-3 (20+E-116) وي (لا) = ١-١١ و ن به ١٠ و به د الن زیر من کا فرق مشترک تے ہے اور لا کی دہمینس من کے لئے ف (لا) اعظم (یا اقل) ہوتا ہے ہے فرق بروانع ہیں۔ آگر ہو ولان کوف رالان رہندار کہا جائے تو ن رلا) کی اعظم اور اقل قمینوں کے حیطے ایک یہ ناتے ہیں میں کی ششرک نسبت ہو کا ہی ہے۔ جونکہ عف و اللہ۔ او د الله اس کئے دو اللا کا ڈھال ف (لا) نے و معال تشے مساوی ہے لا کی اک فیتوں کے لئے جن سے لئے -16-61-106-11年一八日十一丁一日 يني بن كے اليجب (ب الابح - طرب) = جب (الله + طرب) مسکل ۱۳۵ میں او = او ب ب = اسم سے سے سے سے ترسیم دکھائی گئی ہے۔ مفول الانتظ ہے ۔ کہ ترسیم ہے ۔

ا جرا بخدا فی طریقے ۔ معض صمے سوال اتبدائی جبرومقا بلادر عامتلت کی عددے نہائیت آسانی ہے عل ہو طاتے ہیں -اُدو در عی تفاعل یا دہ درجی تفاعلوں کے خارج فسست کی بجش جبورتفا کی می کتا ۔ میں ال سکتی ہے کہ ما مے مورکی فمیتیں جہاں

ما = الرالا + برالا + ع. اس مساوات کوشکل رائر ما ۔ اور اللہ (ب ما۔ ب) لا + ج ما۔ ج = . میں لکہنے اور عالی اُن فینوں کو معلوم کرنے سے جن کے نئے ممنہ دب ما۔ ب ع ۔ ۲ (ار ما۔ اور) (ج ما۔ ج) صفر موجائے ماس مولی ہیں۔ جب مالی دو قبرت بی موں تو ذرا ساغورات غیرون می صورت میں افلیہ بس^ت مقالہ ۲ کا پانچوا^{ن کا می}ھواں اور نوا*ن س*ٹا روری میں یہ منلے جبرومنفا بائی بان میں س طرخ لکیے جاسکتے ہیں۔ (d = (W + d) - (W - d) ن کہ اِن کا عاصل ضرب بڑے سے بڑا ہوتا ہے جبکہ یہ مقادیر برا بر ہو سے دیکھتے ہیں کہ ان کے مرتبول کا مجہوعہ جیوبے سے جیوٹا ہوتا جب وو منفدار و*ن كا عاصل ضرب* إلا عا ديا تلفت بن كبان كالمجموعة حيوث سي حيوثا بهونات جبكه بيه فلارس لأبعر ان مناون كواساني سے زیادہ دسیع نبایا جاسكتا ہے مثلاً فرض كردكه لا ما ي ي و است تعدادين ن مقاديرين بن كا عاصل جمع الم دیا مواستفل ہے[،] تب ان کا حاص ضرب لا ما ننی د. . . . بڑے سطے

و ن توم اوبركى لا شا دى كواس شكل اسي طرح سے بدو كميا جاسك بے كرجب مقداروں كا عامل جمع دائم وائرونو اعظماورا فاقتميس

مروعه کمے کے بوگا جب یہ سب مقاد ہر ما ہم سادی ہوں اور مب مقدار و رب دیا ہوا ہو تو ان کا ساصل جمع حبوطے سے جیموطا ہو کا جبکہ یہ مقدار ساوی مہوں۔ ین مشکوں کواور تھی زیا وہ وسعت دسیجا سکتی ہے کمشلاً فرض کروکہ لا ' **ما** ٥١٤٠ - ١٥٠ - ١٥٠ - ١٥٠ الا ما ى د.....ع (والا)(ب ما) رج ى)(د د).... ببر تحويل موطأ ہے كہ عاصل ضرب طرك کی بوری بوری تفصیل کے لئے الماحظہ ہوگیں شُلْتُ ہُونا ہے ہم جانتے ہیں کہ رقبہ شکتوں کی ترقیم تھنے موافق = اس رس - ق) رس - ب)رس - ج) = اس لامای

برُائِيوْگا حِيكِه لا = ما = مي تعني جب كه لاَ = ب= جَ سَالْد (أَلاَ + بُ ماً + جُ يَ) ﴿ لِلَّا رم) للام ما دن ي برت برام وكاار لا بب ما بع يم يتقر ن هر) نقريبًا ف (او) عيمها وي مُوكا جبُّه هر جيونًا موه いかしょしい(り)+はご(り+よど)

أعظم اورا فاقيمتيس

ليكن جب وف راي موركي تعيت بهوتو ف راو) - بالهازا ف (العهر) = ف (الرابط له في (الر) حب ن (الر) موركي يمت بوتو الأكب الت البه تك بدلنية ن من خانوں کی مع قطاریں ہوں اور خانوں کوسلسلہ دار کلا کر قطار وال کوشواری طریر من کیا جائے تو برقی رو جہر مہوگی جه = من کی من بون ند یه خارد کی فوت محرکر برق ہے یو زیمرا کی خاند کی اندرویی یغی حبکہ مٰں <u>= ن نہ</u> تعنی حبکہ کل بیرونی مزاحمت باشری کی الدونی مزا رباً وہ کم زہروگی مبرطال ترتیب کوائس شرط سے بورا ہوئے کے حبقہ رقریب لایا ماری از این می زیاده مقدار مین مبولی -جائیگا رو آنی می زیاده مقدار مین مبارگی -نیز حب اعظم اوراقل فنیتون کے نظریہ کو طبیعیا ت

اِن مثالوں میں جن مخروطوں اور اسطوانوں کا دکر کیا گیا ہے اک سے مراد فا 1-11-14-14-1 n- K(6+K)(6-K) でリーピノピリーア (1444) (14b) 1 -1 (N+1)-9 11-6+ウ(は+3) ディートナル・リーリーリーリー

١١٠ اگرلاد ما يك رستين تو لا ر المراب ۱۱۰- مشق بالاکی لاتسا وی سے تابت کردکہ (۱+ ایمی منگسل بڑہاہے جبکہ می مثبت ہوماہے اور سلسل طبہتاہے الیکن گھٹتا ہے جبکہ می ہے اور تعدا دائر ہتاہے ۔ اس سے نابت کروکہ (۱+ اس کی انتہا جبکری ہے دود عدد ہے جو ۵ و ۲ سے بڑا ہے اورسم سے کم ہے۔ [اشاره-رکھول= ا+ لے ب = ا کیمرا= اب ١٥- الريد + ب = ج لوالا + ب ماكي كم س كم قبيت جوبوسكي استے معلوم کرو جہاں سب مفدادیں شبت ہیں۔نیز لا ماکی جیوئی سے جیوئی قیمت معلوم کرویہ 19- لا کی کس قیمیت کے لئے ٩ (١١-١٤) + ٦ (١١-١٤) + + ٦ (١١ - ١٤) وٹی سے چیوٹی ہوگی' ہم ' ہم' ۔..... ہم سب مثبہ نیالوں میں دفعہ لایہ کے طریقے استعال ہو سکتے ہیں' الاضلاع بوتاب-

۱۲۰ اگرشکت ارب کے اندایک نقطه ن ایا ابوکدان به ب نا ج ن کی قیمت کم سے کم بوتو ثابت کروکد نقطه ن مرکز بهندسی ہے۔
۲۵ - سی شکت میں اجم اور جم ب جم ج کی بڑی سے بڑی تیمت لیے اور جم ب جم ج کی بڑی سے بڑی تیمت لیے بیادہ بن سکتا ہے اور ب بی ۔
۲۷ - دہ بڑے سے بڑاستطیل معلوم کرد جوایک ناقص سے اندر بن سکتا ہے جس کے مور اور ب بیں ۔

مشق ۱۷ (ب)

۱- اوب حد ایک سنطیل به اورخط اون فی ضلع ب ج سه ن برادر د ج مدوده سه قی بر ملما به اورخط اون فی کامحل معلوم کرو جبه رقبول اوب ن اور ن ج فی کامجه وعد اقل بو - ایک متساوی الاصلاع سی سے مرایک (ب) دک مروی بین ایک صلع ایک صلع داد که مروی بین ایک صلع در ایک در برای دک مروی بین ایس کرونوں کا طول معلوم کرو جبار مخوف کار قد برا ب سے بڑا ہو - ایک مربع کا طول مولوم کرو جبار مخار کی اصلاع کو اور کی طرف مورکر ایک سلام کی مربع کا طول مورکر ایک مسلوی مربع کا طول مورکر ایک مسلوی مربع کا طرف مورکر ایک مسلوی مربع کا طرف مورکر ایک مسلوی مربع کا حالے کیا مورک میں با اس کر کونوں کا خوات برای ہو ۔ برای کر مربع کا ضلع کیا موکو صدوق کی مرب کر کا اور برای کا میں ہو کہ ایک اسلوا نہ کر کو تا لاب سے کہ مورک جب کر تا لاب سی کہ رائی اسکی ہورئی اسکی ہورئی اسکی ہورئی اسکی ہورئی اسکی مورک مورک مورک مورک کونو اسکی میں مورک مورک کی مورک مورک کی مورک مورک کی مورک مورک کی کرائی کی مورک کی مورک کی مورک کی کرائی کی مورک کی کرائی کی مورک کی کرائی کرائی کرائی کرائی کی کرائی
لرو کمنخی سطح قاعدہ سے دو چیند موگی ۔

معن تطروا کے کرد سے گرد ایک مخروط نباً یا گیا ہے۔ تا بت کرو کہ جب سے تم موتو اس کا ارتفاع ہم سم اوراس کا نضف راسی را ویہ سيربر عظم وال اسطوانه كالدنفاع جوس نصف تط ناقص الله الما = اكا دوبرا معين اورع اسكيموراعظم كالك سرائي-تناوُك شكت عن ن كارقبهك برك س نیزیدی معلوم کروکداس شات کو محوراعظم کے گردگھانے سے جو مخروط ماسل بہتوا ہے اس کا مجم بڑے سے فراکب موکا۔

مطح ﴿ يركى حَكُّ ما لَعَا ت ایسے برلتی ہے جیسے بساور سو '' تااؤکہ او نصوبِ فطروالے دائر ں اور دے کے اشتراد ہالینٹ اراویسا طح متنوى نهن كانتبال جانبول مي دونقط اور سطی سندی پرآیک نقطه ن ب ایک دره و سے ب کی طرف برا شد اون کن ب روانه ہو ایس کی رفتار اون پرایک سندی عزیک ادر ن دب پاکستقل و سے ساوی ہے جہاں ، اور و مختلف این ر ن ب سطح مُنتوی میں برعاد ہو گا اور ار ن اور ن د کے نقطہ ن برعاد سے ساتھ جوزا وے بنا یکنے ان کی جیبوں کم

امتله ۱۷ (ج)

الله سيلا برك سے برام و كا جبكه لا = جم لا

اس کی نفدنی کردکہ لا نقریباً ۹ ساء ، کے ساوی ہے۔ ۱۷۔ ثابت کروکہ جب لا جب ۲ لا بڑے سے بڑا ہوگا اگرجب لا جراب جبکہ لا پہلے ربع میں واقع ہوا ور حجو سے سے جھوٹا ہوگا اگر لا ربع دوم میں

ورفع ہو۔ ۱۳ - ثابت کروکہ حبب لا (۱+جم لا) بڑے سے بڑا ہو گا مبکدلا = ﷺ

راد + ب) ہے۔ مر اراد فظ طعر ب فط فعہ ہے تو تابت کروکہ ارجی سے چھوٹا ہوگا جبکہ طب = فد جہاں اواب اج

فوس كاطول لا ب، تابت كروكه وه تطوص كي فرما

تدرير قطاع كالنبط دما مواهب أنابت كروكه حب رقبه مُمّام وتوقوس نصف قطر كا دو خِد بوتى باوربر ، سے بڑار قباضف قطر کے

مربع کے مسادی ہے ۔ مربع کے مسادی ہے ۔ مریہ وصان کی ایک دی ہوئی مشدیر جاور سے ایک ایسا قطاع دائرہ کا منامقع

اعظم ورافل فيمنير

باقی صد سے بڑی سے بڑی تنجائش کا ایک مخروطی طرف بن سکے۔ ب بنا وُکه مرکزوں سے خط برسے کس نقطہ ک برٹری سے بڑی کروی سطح (لُوْتُ _ حب قطور کاار تفاع یک مہونواس کا سطی رقد الرين مُونا ہے جہاں او کر م کا تصف قطر ہے) (ملاً عظہ ہو وفعہ ۵ م سے ن براور محور در مہاہے تی ہر کماہے، محور قائم میں آور لاکب مشبت ہیں اگرزاویہ در ن تی کم طرب سے نساوی ہوتو طرب معلوم کرو۔ جَدِ ن ق (۲) جَدِون + وق (۳) جَدُون×وق سے کم بھوجہ ۔۔ ایک افض ہے شیکے محور ۱الا اور ۲ ب جی اس فالک عامر کھنچا ہے مس کا دہ قصد جو محمور ون سے دربران تقطع بھونا ہے کم سے کم ہے ؟

أبت كردكر ماس كالحول البب ب تی حیوٹی سے حیوٹی تیمہ معلوم کرو درتناعل کی رس

= ف(لا) ع، يزد س لا معنی ف مے نردیک اوپر کی طرب مقعداش و فت ہونا ہے ے کریمک بڑیتاہے اور بھر گھشا ہے جبکہ لا' کرسے کردھ دیکیموشکل میں کر) یا یہ ہوتا ہے کہ دھال گھشا ہے جبکہ لا کر بڑہتا ہے اور بھر بڑہتا ہے جبکہ لا' کرسے کر+ ھو مک بڑہ میں لا کی تمیت لا مے گئے س صورت میں ہوگا جیکرف (او) ک دلا) کی مورکی قیمت ہوا للسل مهون توق سے نقطهٔ انفط

لكن مزيدا طمينان كے لئے يہ تصديق كرنسيا جائے كەت (1) ف (لا) سے مرة رئی تھے ستق ١- ١٠ (١١) = ١ ١١ - ١٩ ١١ - ١٩ ١١ ١٠ فَورُلا) = ١١٠ (لأ - لا) كُارِلا ، = ١١٠ الله - ١٤٠ الرواية الرواية المنطق الله المنطق المرافع الميتولة المنطق المائل المنطق اس نے نقاط آء آور رہے ، بیٹے انتاج عصاف ہیں ور زن نقطون وُحال بالترتيب صفر ور - بن بين -يؤكد ف (لا) = ٢٩ لا (لا - ب ب أس الله ويست من رالا = ٥ ك الا و به ك ف (لا) مثبت بي أرب لا ك الرست من الله منحنى اويرى فرن مقدب كولا = م لا = ب كلا = ب من الله مثن ب اورسيم اويركي فرن محدب مي لا = ب كلا = + ده تك ف (لا) مثبت رسم محرور فرن مقعرت -ل بور في رلا، عمر لاك ، ورد ، لأب בי (עוביו (דעי-יני- וו = +4(1-4-1)(1-4-1) (r-)++++(y) العطال كي تقط وه درب بن ك في الا = = (١٠ ١ م ١٠) لاء - ٥٥ - لاء من الم عنى وين من سقد من الاء من الم الم الله عن الم الله عن ا ے لاے ہے (۲ + ۱۷) تک احمی ادیا رات تحرب ب ۔ منون مراد المار الاستان الاسا

ب الا = م ، وإ = م نكين أما إور ما دونون لاستناي ه تو ما مشبت موتا الحاكين حب الا = م کتے ہیں کہ نقطہ (4 / 4) برکا ماس محور کا بچووارے ' (رہ ' ہٰ) کے بائمر طرف تنی اوپر کی طرف مقعر ہے اور نقطہ (۴٬۲) کے راطرف ننی اوپر کی طرف محدب ہے ' اس لئے نقطہ (۴٬۲) کو انعطاف ذیل کی ترسیموں کے نفاط انعطاف معلوم کرو۔ نیز تباوکہ لاکی کر قبیل را) لا رم) لا رم) لا رم) لا دم لا جهاں ن کوئی مثبت صحیح عدد ہے۔ ۲ میں مین کی میادات ماہ (لالم ۱) ہے اس مے انعطات می تقطے معلوم کرو اورمنحی کو مرشم کرو -۱ نیل سے نقا علوں کے نقاطِ انعطاف معلوم کرو اور ان کو مرشیم کرو -ہے اس پر سے انعطاف کے نقطے معلوم کرو اور سخی کو مرتسم کرو۔ تقطهٔ انعطاف نہیں ، منحی کو مرشم کرو۔ ۵ ۔ ایک آن قیتوں سے لئے جو ، اور ۱۲ سے درمیان واقع ہیں جہاں ،

شامل ہے اور ۲ ہ شامل میں ہے ذیل کی ترسیوں برکے نقاطِ انعطاف علم رو) جب لا رم) جم لا رس مس لا ٨- نابت روكه هي اورلوك لا كي ترسيون يركوني انفطات كانقط نهس م ۹- این تفاعلوں (۱) لا قو (۲) هو کن ترسیموں براا نقط معلوم كرد اور 👂 للكي ترسيم مناؤ ـ ١٠ قو - قو الكي رسيم پرانعطات كانقظه معلوم لا = ف (ت) ' ما = فر (ت) كى تىكل مىر دى برويئ مونونابت كردكه انعطات كے نقطے مساوات سے حاصل ہوتے ہیں ۔ 'نابت کروکہ وہ منحنی حس کی مساور تیں لا یه او رت - جب ت) مایدار (۱- سنم ت) مایدار (۱- سنم ت) پیس میشیدادیری طوف محدب بوتا ہے ۔ (دیکھود فعہ ۴ شلق ۲) ۱۷ ۔ ۱۲ ۔ شابت کردکہ کی فروطی تراش برکوئی انعطاف کا نقط نہیں ہوسکتا

· (4)

اور ﴿ جَ مُمْ مِن مَے بائیں ى مرات إور حد الى ق بىن كى كلمبيار شکل میں صحت کم ہے کی ق سے اگر مدی بُراہو کی ق سے تولات او کا کی علامت کوالٹنا پڑھے گا' جب مصف الا مال برصفر ہوتو ہمین ابت رہتاہے اور کل ق ماکل بہ مرن موتا ہے' اس کئے مریخا ہی = مری = فار لا) = هریکا معین یا تفرقا شكل ۱۹۴ بسيمنفي نسليمركما عائب جبكة تابت معتبر ی معنی می مددی قیمت شکل مید کے فارالا) ہے ادر ا

١٠ الجُ كُوتَعِبِيرِكِ نَوْمِي كَي قَيمِت ١٠ ٢٠ مربي الجُ كُوتَعِبِيرَرِكُ يُ ِفْتَارِمُنْخِيٰ ہے یہ رفتار کیاظ وقت کے فاصلہ کی[:] (جورفتارکونفبیرکرناہے) بلحاظ فصیلہ کے (جووفٹ کے معیّن س*نے سی گلیس سے دبا* کو اشتداد اور فصلہ سے اس کا حجم تغبی*ر ہو* ریا چنر تغییر ہوتی ہے۔ فیا علی ۔ دفعہ ۸ میں تھی کو لا کا ایک ایسا تفاعل ہے کہ

سے ذہفاعل مرادمے جب رکا شنف فحارلا) ہو الفاظ دیگر سے اور عام کملی عیف فارلا) + ج ہے۔ جب کلا= ار نونی = م^{رج} [عف 'فارلا)] ستبيروكاس تخ .=[عفة فارلا)],+ ج ج=_[عف فارلا)]د

اور می = [عف فارلا)] - [عف فارلا)] رقبہ (ب ج نس^{، می} کی اس فیمت کے ساوی ہے جبکہ لا ہے ب است رقب اب ج س= [عف فادلا)- [عف فادلا] اس کو بغرض اختصار ذیل کی شکل میں لکھا جا گہے ۔ آ عن فارلا) إن ﴿ کے ساوی ہو او تفاعل کو اس طرح تغییر کے سکتے ہیں ا عف أفا (لا)-[عت فا (لا)] + 1 مشن ا۔ وہ رقبہ معلوم کروجو لاِ ۔ ۳ لا+ ۲، محور کا اور معتینوں لاء لـ ' لا = ات درمیان گھراموا۔ فا(لا)=لا-الا+1/تب عف فارلا)= الله-الله المراب الله جيكى تصديق تعرف كرنے سے بوسكتى ہے۔ يس مطلوبر قبرب وض رور معين وه مي حن كي الله على الله تب رتبه = [الله الله ١١٠]

ی ہے جن نے کئے معین معبت ہیں ۔ ق ہا۔ وہ رقبہ معلوم کرو جو جنب لا کی ترسیم محور کا اور نقاطلاء 'لاء ۱۱ ت ت پر و هم ن ت فط فی نساندُ ہے، ناب کروکہ وقت ت : میر صل سکون من آنے تک نوفاصلہ لئے ہوتا ہے وہ ہے فٹ ہے۔ من روکہ ت شکنائیس لا فٹ فاصلہ طے ہوتا ہے، تب عفيلا = وجم نت الا ي جب نت + ج جب اوراس الخبيء القطريطيل سألن موالي جكرت صفرت الله بهوجائ كيونكرجم ن ت بهابيل صفارة ہوناہے جبکہ ن ت = 4 اس کے مطلوبہ فاصلہ ہے

رملائے۔ مرکم متناظر جو نقطہ ہے اس برکاماس متوازی ہے گی ایک کا کھینے لی کا کے اور فرض کروکہ یہ ۲٫۴ سے ۲ براور ۱۳ سے جو ہے آگ سے ۱۷ پر ملتاہے انقطہ ۲ وہ نقطہ ہے جو نقطہ ۲ کے توازی کھینےوک ہا کے جمعیتن ۱۸ مم سے م پر ملے نقطهم

مسيمكم فيخي

لياط سكنا كالكن جب استابت كرياجا مي توكملي مخي متعتبن موجا آلي، باني تقطول سرميم ميري کامقام تفريري ہے ۔ تنقرب کي ماہيت اورعل کي صحت کي تصاريق کئی ہے۔ سروکہ ف (لا ایملی فاعل ہے۔ ف دلا) کی زمیم سے اُن نفاط پر نیکے ا=(لا- و) ف رور) بدن رور) عا= راد-ب، ف رب، ن رب، ان عاسول كے نقطة نقاطع كافصله سنادات وال سے حاصل مونا ب إن (ب) و ف (الم) إلا = ب ف رب، و ف راه، ف (الم) و (الم) و ف (الم) و (الم) و ف (الم) و ف (الم) و ف (الم) و (الم) و ف (الم) و ف (الم) و (الم) اب اوسط قيمت كي مظلمت أكرب = 1+ هد تو فارب)= فراودها= فراو) + طاف (د) + المف راد) ف رب = ف (الرجم) = ف رار) + هد ف (الر) جهاں لا اور لا میں سے ہرایک اوسے بڑا ہے لکن او + مصر سے حجوثا ہے ؟ الن قیمتوں کو لا کی مساوات میں درج کرنے اور تحول کرنے سے (ソ)じ カナーカナリーリ لمل بوں اور هر حيونًا بيوتو ڪُ (لا) اور ڪُ (لا) ايک دوسرے سے اور نیز دیگی (1) سے بہت کم منفادت ہوں گئے۔ اس کئے لا = ر + ل حامنى ماسول مح تقطه تقاطع كانصله إله الدوي كردياني اس کے شکل میں نقطہ کا سے جواب میں کملی نخی پر جونقطیہ ہے اس پر کا مماس اس کے نقطہ اجمعین اوا کررواقع ہے امیں سے ك الم كم منوازى خط كفيتيكر نقاطع لين سے ماصل موتاب أسى طرح سے دوسرے نقطے حاصل ہوتے ہیں۔

راً گرفاران درجهٔ اول دراسکنهٔ من زلا) درجهٔ Les Integraphes; La Courbe integrale et ses applications ير، - فرض كرد كرايك قوس ج من محور و لا

م انيزوم ولا عرب وفارلا) و ما ت معلوم كرنا مقصود ي-ب مد أ يأصف لا كانسافه ولوحجم آس اسطوانہ کے مجم سے جس کا ارتفاع دھر کی ہے اور قاعدہ حدث فطروا نے دائرہ کا رفبہ ہے ، کہ یک کم میر گا انس اسطوانہ کے مجم سے مسکا ارتفاع مرکی ہے اور قاعدہ کی ق نصف تطروانے دائرہ کا رفبہ ہے۔ πمن x مل رمن ع < πل قاء مل π من ح من ع < π ل ق میں فوس من فی یا مقان س کا اضافہ ہوتاہے، ہم یسلیکر سکتے ہیں کہ توس من ف سے جور قبہ مرتسم ہے وہ صف لا سے جیوئے کہونے کی صورت ہیں بڑاہے اس رقبہ سے ا

ای دش سے پردامونا ہے کیکن حیوٹا ہے اش رقبہ سے جو**ا** يا فرس = ٢٦ ما جرب درلا = ١٣٠ جم ح ، ٣ ماكا وه مملى كي بوصف و حبيرلا = و ﴿ اوسطع مس ١٨٧ م ا قرس كاوه عملي بي وصفر موجك لا= وال (+ (+ (+)) + (+ (+ (+))) | (+ (+ (+))) | مشق ا - الرسخي و صائع أو الدش كه تو تاست روكه فر ع علافرما وس عالافرك x فرما عالافرس مشق ١- ایک کردی اُولی ارتفاع ع ب مرقباب کرد که ایس کا جم

πع (د- اماع) مادر تولى كلط كارقبه ١٦ دع م جهال دكره كا نصرة قط سرا نصف قطری -جعن قری ماوات قایم (را - لا) ہے اس لئے عف ہے = ۱۱ (را - لا) اس لئے عادر اس لئے عف ہے - جبر لا = و (= ر - عادر اس لئے (をサートノーンよ)ガーニア (で十十とノーラーアー(かししりり) 丁二でこ مطلوبه مج م ع كى وه قميت بي نس كم لئ لا = ا $\left(\frac{r_{N}}{r_{N}-r_{L}}+1\right)_{r}=\left(\frac{13}{N^{2}}\right)+1$ 1-17 ((1-3)+9) = 177 ((1-3)+9) وی کارقبہ لاکا یک تعلومہ تفاعل فا (لا) ہے۔ ثابت سطومستوی کھینچی جائے تواس سطےمستوی اور اس فرائن المتوى كررسيان حبرى تراش سے رقب في ولا) عاصل بوتا ہے عجر مع مال بونونات كدك

بى كواسى رتبهكا صغارية بس رتبهكا عدى بيماس وقت كيت بي الج بہاں کی کوئی محدود عدد ہے ادر صوفہنیں ہے۔ جب اک صفر مو تو بعا کو عدد سے اعسالی رنبہ کا صفار بہ کہتے ہیں جب ایک لاستناہی ہوتو بعا محمد سے نیچے کے رتبہ کا صفاریہ ہوتا ہے۔ بب کی انتہالامتناہی مرونو بہرا کو تعض او فات عدم کے لحاظ سے سارت مین برخرد بخود کافی طور برواضح مهونا ہے۔ به مولو عدم کے لحاظ سے ن ویس رتبہ کا صفاریاس وقت کہتے ہیں (جہا ن مشت ہے اور لازمی طور برجیج عدد ہیں) ۔ جبکہ جہاں کی کوئی محدود عددہ اور صفی نہیں ہے۔ انتہای تعربیت کی روسے ہم لکہ سکتے ہیں " = 2 + mul in = 2 an + man جہاں سرمتنبرے م مد کے صفر ونے سے صفر ہوتا ہے بنی م فاریہ ہے۔ اور کے من عمل عمل سے اور کے رتبہ کا صفاریہ ہے سرعن يني سدى اتها صفرے -

کی علیٰ کو دیماکاملی یا صدری صد کہتے ہیں ، صریجاً صفاریہ کواس کے اسلی صدکے ساتھ جونسبت ہوائس کی انہما ایک ہوئی ہے۔ نها به عددك جہاں کے محدودہے (سفزہیں ہے) تو مہاکو عدم کے لیاظ سے بعضا اگر به اور جبر بالترتیب می وین اور ن وین رتبه کے صفارت بیون اور مام بیں۔ ارم - ن) دیں رنبہ کا صفاریہ ہو ماہے اگر م سے ن اسی کن (ن مع دين رتبه كالامتنابي موماي أكرم > كيونكه به=(ك +سم عما بجه=(ك +سم) عما نيا (بالمجمر) - نيا (ك+ سيم (ك+ سيم) كك المار (مرات) - المار (ك+ سيم) (ك + سيم) عدي ادراسی طرح سے فارج قسمت کامٹار ٹابت کیا ماسکتاہے۔ مشق ا۔ جنب علم' اجم علہ' جنب عدد ا۔ جم عدر) بالرّ عدم محمل فاظ سے پہلے' دوسرے' تیسرے رتبہ کے صغارتی ہیں' کیونکر בשי בי בי בי בי יום ין במי-ושמו דב שו דנים לייון

اوراس كالصلى صدس العدب أكيونك بمركسى صغاريكوفا تمركهنع كي ضرورك نهبيس الرسيس صغارة

كورك وم اورجها ووصفارت مين -أكران ك خارج قسمت كى انتهامى ہرایک کارتبہلازمی طور ہر وہی بھوگا ' اس کٹے اگر تبہ ن مجو تو in= San+man in Sin = Dan+man فرض کردکہ بہا ، جبر دواور صغار مے ہیں جن کے اصلی حصے بالزمیر بہر اور جبر سے اصلی حصوں سے مساوی ہیں ، تب به یک عدد سرعد کجم یک عدد سرعد جمال سبب اورسب ايس صغارت إب بوسه اورست سعملفنار w - = 5 = 4m+ 5 - in | بالتدلال صريحًا عن صورت برمعي صادق أيكًا أكر مبم عجم سے المخے درده کا صفاریه موکبونکه مین اور بهماند دونوس کی انتهاصفه سوگی به ا اگر به اسم مجموع شیخ رتبه کامونواهی مسئله مرکوراس معنی کے لحاظ قائم رسيكاكه به اور بها دونون كى انتها لامتنابى موكى-

^و کشیط کرس*ب صفاربوں کی علام* الماش صورت میں لازمی خوربردرست نہیں ہوتا اگرسب صفاریوں کی لی مصدوبی ہے جوجب کا ہے اور بین کا اصلی مصد وہی ہے ا جها المحمد السيمي سيم الك كي ے میان ہے صوتے گئے انہوگی -ب بہائم بہائ بہائی کے اصلی حصے لازمی طور پرایک روسند ميكراگر به عبر اين ، به ، جهرا ت وہی ہوتوکسر عین کی قیمت اِن کسروں بہما ، بہما ؛ میں سے بڑی سے بڑی اور چھوٹی سے چھوٹی کسرے درمیان واقع ہوتی۔ اس لئے ن کی ہرایک قمیت سے لئے کسر عن ووالیمی کسروں کے ورسیان واقع ہے جن میں سے ہرا کیک کسری انتہا اسبے اس کئے لهذا الرويسي انتهاي طرف الله موتوضع يمبي أسي انتها كي طرف اللهوكا. سی نہا ء ہنا و

شق فرض كروكه بها = ك الم جها = (ك + ع) (ك + ع + ال ال + ع + ال ال ال + ع + ال بسع کی انہاں ۔ ص تے لئے ع کی سب سیج عددی قیتوں کے لئے 1+8+0- 0 = v= 1+01 - 0 = دېناع = ېنا (ر<u>ن با) + رن + ۱۲ (ن بان) چ</u> ナーナーニンレジュ يمنا يكملي احسامين بترت سے استعال موتاہے اس كو بعض او قات احصا فكاساسى سند المنظيمي - في الماسى سند المنظمين عن الله كالقارية والمنع الماكا في الله كالم صفرف ران عن (لا) فرلات المراحث ف رالا) كاصلى فرن رلا) = ف (لا) فرلا به الرفت رلا) عسى فرتو أَفَى كَاسَلِي صِدُ فَرْسَسِي فَمِي = فَ (لا) قرلا ج بالترتيب ن اورق برع ماس بن اور وم = ا いきこびログンターレビョント weddanie judaniews

ما قر ما و

سىق = إ هرق (لا) بهر المست = ات (لا) مراب المست
نا جيا جي فادي (ا)

اس کے جب عداور بابری عدد رتباد (میم صفارت بین عدم کاائلی صدر له عبد کان فی محت شرائے اسلی مدر کاف من کے مساوی ہے اب یعنی محت شرائے اسلی مدر کاف میں کے مساوی ہے لینی محت فدد عدد اس کے اسلی صدر کافسفت مدر کافسفت مدر کافسفت میں کے اصلی صدر کافسفت میں کے اصلی صدر کافسفت میں کے اصلی صدر کافسفت میں کے اسلی میں کا میں میں میں کا میاں کی کا میں کا

یعی ن ت ان ق رتبه اول کے صفارے ہیں انیز ن ت د ت ق د ن ق و ن ت (ا - جم عمر) د ت ق (ا رجم به) اور دی ق رتبداول اور (۱-جم عهر) اور (۱-جم بوبه) زنیه دوم سے ہیں -اس كئے ب ب ب ن ق اور قوس ن فى كافرق كم از كم تيسرے رتب كا ب كئ قس ن فی بری ہے ورن ق سے۔ فن سن سن منتها لي بي ليض اوقات الفاظمين يون تجيميان يك ين ن بالآخر له ن في كمساوى بي يا من تا نتبائي مور لِی می کے مساوی کئے ' ایسی طرح سے کہا جاٹا ہے کہ شلت ک ت قا گاوی الساتیں ہے' اس طرح نے بیان آگر چیس ولت بخش ہوتے ہیں گر ل سے ارم بر عمود ل سب کھینے اور ثابت کردکہ (۳) کس ج رسبہ دوم کا ہے۔

رے رنبہ سے ہیں اس کئے ہم دوسے رتبہ کی مقداروں کو نظر انداز کر۔ ب صف طب کی بجائے صف کے مادر جم صف طب کی بجائے

ن ق اور نوس ن ق الك بى رتبه كيس الوجس ماصل موالي ﴿ (﴿ رُدِي ٢ لِ ا (فرط) ا فرض روکه قطاع کو وان = ی مقطاع ن وق = صف ی تب مقف تی آن دوستدبر قطاعوں کے رقبوں کے درمیان ہو کا جن میں برايك كاردويه صفت بطرب أورجن كف نصف قطربالترتيب فين اور کے ورمیان ہے اوراس کئے + روع : + روط + روط سے اکس خط م و ل 'ون برعمود کھنٹے جائے جو ن م ہے م براور ن لِي سے ل بر ملے تو و م کو تطبی زیر محاس اور و ل کوتطبی زیر عار كت بير - ن م اورن ل كونفس او قات قطبي عاس اور قطبي عاد معي

ا۔ مساوات لے لاطر جس تخری کی مساوات ہے وہ ارشمیر س کا لولی ا ہے۔ نابت کروکہ مسس مسلاء طب میزاس کا زیرعاد شتقل ہے۔ منی کا خاکھینے ٧- مساوات ر = المريخ شكافى لولبى "تعيير موفات ر عابت كروك اس کازبرعاس متعل ہے۔ اس کازبرعاس متعلم (رئطمر) سے انبدائی خط وری برجوعمود کھنچ سکتاہے وہ ارجب طیں کے ساوی ہے اور اس نابت کروکہ و کا کے سواری م بین میں اوائٹ رے اور ۱۔ جم طب سے تعبیر ہوتا ہے اس کو ہم مد خط صنوبری " یا قلب نما کہنگے ' نابت کروکہ اس میں مساہ ظیم ' منحیٰ = مرك توثابت كروكه سما= ١٦ - طب امنحى كياب ٥- اگرود اطمائة فس و الازالان)

صفری طرف نو ن ج کی انتہا جرب ہے۔ الرمف ي رقبه م وقطاع ج كن في كانونات روكه فريي اشله آماً ۵ محتمنیوک کی صورت میں وہ رقبےمعلوم کر دومنحنیور بالنزمیب عرا در در بهون اور نبزالهی متون میں اسراع کے اجزائے ترکیبی عمد اور ماہم ہون تو نابت کروکہ عه = رُ-رطي به = رطي + ارطي = -

ارنے کے لئے یہ ماور کھا مائے ک آرُسل ۲۴ میں ن برکا عاس محاسوں کرم اور ب م سے بالیترب رفی پر کے تو تابت کروکہ مثلثات ہن ق م اور او ب م میں یک تیسے رتبہ کامثلث ہے جبکہ کی اور رتبہ اول کا مہوا وران کی تنبت الرُّسُكل ٢٨ ميں ٽ كامعين **ت** به انیزاین کردکشلت ن ن ق کا صلی مصیریه هاف کار ٧ قط فما رفي (١) --

بارس بالردیم جروی تفرق غرق - اب زایس بم دوازیاه

۹ مرجزوی نفرق ب اب زایس بهم دویا زیاده متنوع تنفیروں کے تفاعلوں پر فتصر محبف کرنگے کہ ایسے تفاعلوں کی مبسوط تنفریج فدرے مشکل ہے' اس کئے ہم اس بحبث کوسلسل تفاعلوں کے مقابلیّہ اسان اور سادہ خواص کک محدودر کھنیگے ۔

تعرفیف - دوغیرتا بع امبیوع متعیروں لا ممالے ایک تفاعل ف (لا مما) کولا اور مالی الترتیب قیمینوں او اور ب کے لئے سلسل اس صورت بیں کہتے ہیں حبکہ ہے ۔ اور ک ہے ۔ سے لئے

ف (له ه م ن ب ک) - ب رازب)

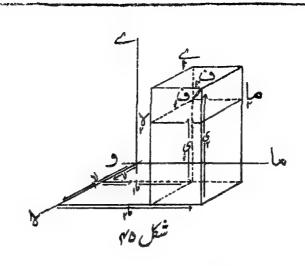
ہ اس میں ہو ہوں ہے گئے ہی اسی تسم کی نغریب صادق آئی ہے ۔ وض کروکہ لا اور ما کاایک تفاعل ھے اولائہ ہوب لا ماہ ہج ما ہے کدلا اور ما ایک دوسرے کے ابع نہیں 'اس کئے مکن ہے کہ لا برنے روامت فل مصری حدث کالا میں کروں دائیں کرتہ کیا ہو اور الا سرے سر

شتق کو عرکا جزوی لا 'مشتق یا عرکا جزدی نفرقی سر بلجاظ لا کے کہتے ہر اسی طرح عرکا جزدی **ما 'مشتق** ' کماظ عاکے عرکا وہ شنق ہے جو لا کو غیرشدگ فض کرنے محسوب کما جائے یہ

فَ (الا) اور ف ير (الا) محسنا بترقيبي بعي استعال بموسكتي بم في رواكما) في رواكما) في رواكما) في رواكما) عيد رخقیقیت کوئی تزفیم انسینہیں ہے جوا شتبیا وسے شائب ہے بانکل یاگ مون سُيه بي ينتجه تكالنا بُرِيكًا كەشتىن جروی، جف ع م جف ع كياضا بطانديين جهال ع ف الأما ق ١- ار ع = الاناب بالاماب حا جفع ع = ٢٠ ال ١٠ - ٢٠ ما ، جفع ع = ٢ ب ال ٢٠ ج عا معن الله على الله ٢٠ ب عا ، جفع عا = ٢ ب الا ٢٠ ج عا ٢٠- ارء= جب (الا+ب ما+ج) جفع = رجم (الا+ب عابج) جفع = بجم (الا+ب علي ٨ الريس العادكا مندسي تحليلي - الرطاب علم من البعادك

ل کرنے میں ہبت مدد ملیگی ۔ اس کئے ہم اس وفعہ میں نقطوں' نطول کھوں کوئین محدد وں کے ذریعہ نعبہ کرنے کے متعلق چنداساسی مسلے درج کے بہت سی صورتوں میں دوا بعاد سے نین ابعا ذبک وسعت دینا نہایت سنوى اور محور فقطه كے محدد يجي لوي الرسان ميس ے درمیان را ویہ لا تناہی تک خارج کیا گیا ہے۔ ان تح تقاطع سے خطوط شک*ل ۱*۷۷ ے روسرے برعلیٰ انفوائم ہیں۔ ہم فرض ک ع م نكالون منوازي السطوح كي كميل كرو، ف كا وف سے اور ول یا ل ف اور وت یا لوح ستوی ما وے ہے و کا 'کوم كومحددول كي محوركت بي اورتين صول وام " ول " ون كونقط ف کے محدد کہتے ہیں، و محددوں کا مبدائے۔

محوروں کی اور نیائے علیہ حصول یا محدد ول ہیں مثلاً اگر علامتیں + ۲ + ۲ + موں تو نقظہ قصا کے اس ہے) ہوں تونقطیہ فضا کے ایس تمن میں داقع ٹمو گا جو **ص**اً و ۔ وفاء وم بم الله نادن فا وفء الابه ما به ما المرق (١) محدد ول کی مطوّح مستولی کے منوازی سطوح مستوی کھینچو (شکل ۴۵)جن منوازی السطوح ف کل صل ہے تب ف كا = لا - لا ، ف ما = ما ، ف هي - ي (الإ-الا) + (عا - عا) + (ي - ي) الله (ا) رم ذخ کریں کرشکل ۲۲ کا نفظہ دے مرکت کرتا ہے لکین سیدا وے ایک ہی فاصلہ (فرض کرو از) پر رہنا ہے نویہ نقطہ ہمیں ۔ ایک کرہ پر واقع ہوگااور نقطه ف کے محدورا) کی روسے ہمیشہ ساوات



グーン・1・2

کوبوراکر بھے۔ اس لئے سیاوات بالاکوکرہ کی مساوات کہتے ہیں۔ اسی طرے سے
ہم (۱) سے دکھے سکتے ہیں کداش کرہ کی مساوات جس کا مرکز ف (لا کا کہ)
ہوا ورضعت قطر الر ہو

ر لا ۔ لا) + (عا ۔ علم) + (ہمی ۔ بھی) اید الا (۲)
ہوتی ہے ۔
ہوا فرض ہو میں ہے گزرے کو الاکوئی خواہے ، اس فولی ایک سمت شکلا ہو سے
و میں سے گزرے کو الاکوئی خواہے ، اس فولی ایک سمت شکلا ہو سے
و میں ہو کر اس معلوم ہو ان ہواس قطلی سنبہ شہمات محدد وال کے محور والیکا
گرجیس ہ و زرا میں معلوم ہو ان ہواس قطلی سنبہ شہمات محدد وال کے محور والیکا
کی خبر ناسمتوں سے ساتھ بنائی ۔ یہ ال او ایول خین کیا ہو ہو النام کی خور والی
کی خبر ناسمتوں سے ساتھ بنائی ۔ یہ ال او ایول خین کیا ہو ہو النام کے محور والیکا
کوخط ذکور کی ہمتی جو ب النام کہتے ہیں او این دا ویول میں سے ہرائیا۔
کوخط ذکور کی ہمتی داوم و رہ ، ان میں شریع سے درمائیا۔

و در ، دا (بشمول طومین) سے و میان ہمائے ہیں دور تے موسمت ہو۔
منالا ہو کا کے سمتی ذاومی (، ، ، ، ،) ہیں شریع سے (، ، ، ، ، ، ، ، ، ،) ہیں شریع سے درمائیا۔

🛭 و ما پرعمور ف ن اور ن سے و لا پرعمود ن م اطه خطوط وفي وق مجموعه کے سادی ہے۔ کین وم کاظل وی پرائی مدوم ہے۔ م، × م ن اور ن ف کا ن، × نِ ب بِ بِيونک وم اور د اس لئے وف جم طری ل بدوم +م بدم ن+ن بدن ف اوراس الخرجم طد = ل ل مراس الخرجم طد = ل ل مراس الخرجم طد = ل ل مراس الخرجم طد = ل ال مراس الخرجم المراس الخرجم طد = ل ال مراس الخرجم طد = ل المراس الخرجم المراس الخرجم طد = ل المراس الخرجم المراس ا يؤكرجب طهر = احم طه = اورل + م + دراة واورل + م + دراة و اسك جي طهر = (ل + م + ن) (ل + م + ن) - (ل ل ب م + ن ن) =(مرن-مرب)+(كرب كرك)+(كرمر-كرم))-(٥) خطوں کے علی القوائم ہونے کی مشرط (۷) کی روسے ·=,00+,0,0+,0,0 رهى خطمستقيم كى مساواتين - وض كردكه نقطه ف رلاع ما مع) خط

، دبا بُهُوا اَبتِ نِ**قَطه ہے اور ف (لا عما نهی)خطِ یکور برکوئی ا**ور نقط (مُكُل ١٥٨) فرض كروكه ف ف = راورف ف كيمتى جيوب المام إلى من ف ف لا= لا- لا= ل را ما - ما=م را ی -ی= نر ادراس کے لا - لا = فا = ہی ۔ می ـ ن) ہمونٹی کیکن کمچر بھی محضار مساور ا سِّ الْقَطَه (لا علا علا عن) اور ثابت نفظه (لا على على) كے درميان مطلق فاصله رسوتو والقع جواوريه علامت كيني حاجئه حبكه شغيه نفطه تابت نقطه ينضفي سمت بربود بالفاظره كرلاد السطمستوى صاور كي متوازي طع سُنوى كى ی طرخ قایه ب^۱ می یه هم محدون کی دوسطوح مستوی کے منوا^{ری} مستوی کو تبییر کرتی ہیں ۔ خود محددوں کی سطوح مستوی کی مساداتیں رتب لا = . ، قاء ، اورى = . ين -

ما الى الواور عدد و مرا مرد ، درف ما کاظل و ع پرخود و ع ہے حبکوع سے نبر کیا جاسکتا ہے کیز کاظل و ع پرظلوں و مر، مرد ، داف سے ظلوں کے مجبوعہ الا+م ما+نى ى= ع. ئىتۇى كى مسادات مىددون مىل درحداول كى مسا ھائىسە レー'ナージ+ダ\. パ نوسادالاب ماج ىددري 100000

ل لا+ م ما+ ن جی = ع میں لکھا جاسکتاہے 'اسِ میں جذر کی علامت وہی لی جاسٹتی ہے جود کی ہے ، ہیں کیونکرسمنی جو ب اتعام کی شرط (۳) یعنی پیکہ این سے مربعوں کا حجمہ وعدا یک (- المرابع ال (٤) سطح كى مساوات مىنخى كى مساواتيں ـ بانعموم مى يەف (لا ما اسی طرح ماوات (۲) کواس طرح معی لکھا جاسکا ہے۔

ما- ما = با (الا - الا) · ما- ما = الى (الا - الا) ، ما- ما = الى الا) رُ طُنُهُ وَمِن ﴾ كِما أَبِي ارتباط مندرة زُول بآسانی عاصل مهو سكتے ہیں۔ ر ٩) استطوا في محد أو شكل ٢٨ مين فرض كروكه و ب = س بحر لا ولا ا و فرا ای کولقط ف کے اسطوانی محدد کتے ہن سورت میں ظاہر ہے کہ ر پر درجب کھی کا پر مرجم فیں ' ما پہ س جب فیں ن طِل ہے نقطہ ف کاسطح کا درجم اور فیں صریحاً اس سطح پر ن کے ن طِل ہے نقطہ ف کاسطح کا درجم اور فیں صریحاً اس سطح پر ن کے ى محدد ين له ما كونعين او قات كروي قطبي مخت دو ت طلوبالا + ب ما + ج ى يد ب تب سنة ماوات پوری ونی جاہئے اس کئے او ب اس مج د فیل کی مساواتوں سے معلوم ہو سکتے ہیں۔ را = د ' ۲ ب = د ' ۳ ج = د لینی را = ا ن ب = ب ' ج = با ا اورمطلوبه مساوات ب لاب مل + مل

ان مساواتوں سے مطلوبہ مساواتیں بآسانی حال ہوجاتی ہیں۔ سَنْفِ ۵ - جوخط نقاط (۳٬۴۰۴)٬ (۱۰/۵٬۲) بین سے گزرناہے اس کی و (عادہ) زاویہ بنتا ہے اش کی جیب النّام ہے۔ _ معنِ طبی جھوٹا زاویہ ہے جوان طوط کے درمیان بنتا ہے التومر ل م كن المرل مفال م مف من معال رمف طرر المف في المراهف مي المرمف ت المراكبة رل مفن ل) + (م مفم) + رن + مفن ال اور الرصف ل به م صف م بن مفن ن) = - ((مف ل) برمف م) بدر م بالإصف طير)=اجم مفاطير=- (لمفال بم معنم بن مفال) لت**ق - پورا تفرقیہ -** ف*ضاروکہ ع* = ف ا سرے سنیرن کے تفاعل ہیں، نابت کا ہے کہ جب كن بن مف تكانسافه وتؤوض كروكه لا كا عمر باله مف لا كمف ما كمف ع كالفافه والبي تب مف ع = ف (لا + مف لا كا + مف ما) - ف (لا كا)

مفع= إفرلاءمفلا عاءمف ما)-ف (لا عماءمف ما) +ف (لا عليمف ما)- ف (لا على)(١) وفعدا المحاوسط فيمت كيمسلكي رؤس ف رلابمف لا عابمف ما)- ف رلا عابمف ما) = في رلاد طبي مف لا عاً بمعت ما) مف لا (٢) ف رالا كالمعق ما أرف رالا كما) = ف رالا كما وطي مف ما) مف ما ... رس اں طیںاورطی مسوروا جب ہیں۔ (۲) نمیں صف لا کاسرف (لا ُوا۔مف ما ے جواس مفروضہ کی بنا پرمحسوب کیا گباہے کہ قابہ صف قانہ پر ہار بائے لائے طی صف لا لکھا گیا ہے۔ (س) ہیں صف ماکا ما) کا ما مشتق ہے جواس مفروض کی بنا پر مسوب کیا گیا۔ ہے کہ بالناويسين ماكى بجائ مآل طهر صف ما لكما كياب -اس تخ مفع = ف رلاطه مف لا على مف ما معن ما معن ت + ف (لا كا+طبهمف ما) معت ما نها في (الإطهمف الاعلمف ما علمف ما) عن (الاكما)

لبیونکه صف لا اور صف عا دونوں صف ت کے ساتھ صفر کی طرف يني اير اورسب تفاعلون كوسلسل فرض كيا گيا ہے۔ دن (الأرَ ما) اور فن (الألما) ي بجائ بالترب جفع او جف ع ع= ف (لا ما نهى) اور لا عا ، أيك متعبر لأكاتفاعل بوكا بیر مساوات (او) ہوجاتی ہے۔ ان ساداتوں میں جفع اور فرع کے معنے بالک مخلف ہیں کا منتنتي جف لا اس مفروضه كي بناير بنايا كياه كه صرف ايك بیان کیا ہوامتغبرلا برنا ہے ، برمکس اس سے فرع انہاہے حمار صف ع^م ع کی تبدیلی کوتبیر را بسے جو (۱) بالصرحت بیان کئے ہو ہے متنف لا کی تبلی صف لا کی وجہ سے بنیا ہوئی ہے (۲) جو تبدیلیوں مف ما صف کی کی دجہ سے بیدا ہوتی ہے جو خود صف لا کی دجہ سے بیدا ہوتی ہیں۔ حرع كوبالزمتيب لا اورت كے لحاظ سے يورامستون كتے ہن ا جفع ا = ۲ ما ا جف ع لكِن أَرُما الله كاكوني تفاعل مو مثلاً عا - الا + ب اتو = جفع + جفع + جفع x وما = ١٧+١ ما x الم اگرلا اور ها تغیرتا بع مرون اوراگر صف ع^{رب} عرکی ا*س تبدیلی کو*ظا سرکر. بغيرابع تبديليون ميف لا أورصف ما تحي جواب مين وأفع موتى بياة ماوات (۱) بول للمي عاسكتي ہے-مف ع= ف (لا + طه مف لا عا + مف ما) مف لا +ف رلا على طيرمت ما) مفاما =[ف (لا م)، سمامف لا+[ف رلا ما)، سمامف ما جان سبہ سب کا تہاکی مف لا اور مف ماے ساتھ صفر کی طرف استدفاق کرتی ہیں۔

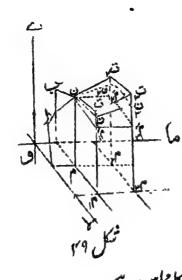
بالا عف ما خوا مجف ع مرى فرلا عف ما خون اي مرى ہی غیرتا بع نہ ہوں ملکہ ان میں سے ہراکی ت کا تفاعل فرلا = (وريك) فرت توبيس (ل) ور رب كو فرت کے سائنر ضرب دینے کسے (ج) اور (د) کی طرح کی مساواتیں حاکم ع به يعني ف رَلا مما) به . ثم ما كولا مح تفاعل مفي طور رسان كرتي مامعتين ميمنحي ف دلا مها) به . كا مشق الى طرح عركا يورالا

مشق ٥ - اگرء يمسس السك) نوتابت كروكه فرع = (لا فرفا - ما فرلا)/(لاله ما) ي بر- الرلاية رجم طي ما عراب طي جال دادر طي ض کروکہ ع = ف (لا علی - ی م جفَع اجفَى حِفَى خِفَعَ الْحَفِي الْمُعَالِمِي حِفَى مَا تَجِفَى مَا تَجِفَى مَا تَجِفَى مَا تَجِفَى مَا تَجَفَى مَا سن سیری تمتیلات - فر*ض کروکه سطح می -* ف (لا کما) به رلا عمائمی اورسلوج ستوی ماویداورے و کا کے ستوازی ن میں

Elevent .

ع تفاعل بي لا اوري كاجو بهيشه صفر بوتاب اس سئ د نعه . ومنتق ١٠١ جفع جفاع جفاى - ياجفاي - جفاف جفاف حفاف مفاف جفاتي المجفائي المجلسان المجل (1) اور جعت کی منی دن ف کے نقطہ ن پر کا ڈھال ہے۔ اس طرح منی اون ب کے نقطہ ن برکا ڈسمال ہے:۔ (مقالم کرو دنعه ۹۰ مشق ۷) دمستومی مشکل ۱ مهری*س فرض کرد که ص*اور صاور ساور خبی ب بر این مائی ہے، مم دمف لائم ماء مف رفت فرض کردکہ ن نقطہ (لائم مائی ہے، مم دمف مائل ہے مام دمن اللہ ممن کا اللہ معن کی ہے اور من السطح برکا نقطہ (لا + معن کی) ہے، فرض کو کا تقطہ (لا + معن کی) ہے، فرض کو کا تقطہ (لا + معن کی) ہے، فرض کو کا تقطہ (لا + معن کی) ہے، فرض کو کا تقطہ (لا + معن کی) ہے، فرض کو کا تقطہ (لا + معن کی ہے کہ فرض کو کا تقطہ کی ہے کہ فرض کو کا تقام کے کا تقام کی ہے کہ فرض کو کا تقام کی ہے کا تقام کی ہے کہ فرض کو کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی ہے کہ فرض کو کا تقام کی ہے کہ فرض کو کا تقام کی ہے کہ فرض کو کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی گوئی کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی گوئی کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی گوئی کا تقام کی گوئی کی گوئی کی گوئی کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی گوئی کی گوئی کی گوئی کی گوئی کی گوئی کا تقام کی گوئی کے کا تقام کی گوئی کی گوئی کی کا تقام کی گوئی کا تقام کی گوئی کی گوئی کی گوئی کی کا تقام کی کا تقام کی گوئی کی گوئی کی گوئی کی کا تقام کی کا تقام کی کے کا تھا کا تھا کہ کوئی کا تقام کی گوئی کا تقام کی کا تھا کہ کا تھا کہ کا تھا کا تھا کا تقام کی کا تھا کا تھا کا تھا کی کا تھا کی کا تھا تھا کا تھا تھا تھا کا تھا تھا ت تقل پرنب ن ن الدار ن ن کے ماس بالترتیب ن ت اور ن ت

ہیں جہاں ہے ہم ن محدودہ پرواقع ہے اورت عمر ن محدودہ پر ایک ایک میں میں میں ایک مستطیل ہے جو میں میں میں کے متوازی سے مساوی ہے ان ن ن اور ن پر ن سوی ہیں جن بر مستوی طعیم اور میں میں سطح کو کائتی ہیں اور ت ب ت پ ت ب ت ہ وہ خطوطِ مستو يبى سطوح مستوى م، مم اورم مم المسطح مستوى ن ت ت كوكانتي بي-چوکر منی ب ن ن کے نقط ن برکا رُصال جف کی اور منی الن ن ك نقطه ن بركا دُهال جف عي من اس ك اس ك مَ تَ = جَفَى x مفالا مُ رَبِّ عِفَى ما مِنْ عَلَى مفاط نیز شکل کے ہندسہ سے ظام ہے کہ م ت + م ت = م ت م ت جف ی مف لا بحف ی صف ما = م ت(۲) لين جف ي مف لا + جف ي مف ما صف می کامیری یا اصلی حصدہے (دفعہ ۹۰ ج) اس کئے جب کن م اور ن م کے بالزئیب صف لا اور صف ہا تبییر بول تو فط م کات مفاد سے نقط ن برکا دُھال مف ی یعنی صف تی کی انتہا ہوگی لیکن صفایو



ن ن ن نفطه ن پرتوس ن ن کاماس ہے۔ سطح سنتوی ن ت ہت و خطوطِ مستقیم ن ت اور ن ت سے د نتیں در کر کرمیں منت میں حیف می کر جھاں کی

یعنی نقطہ (لا 'ما 'می)اور شنقات مبلک می جمعت مل سے بورے لور پر شعبین ہوجاتی ہے کو غیر تاہع اضافوں صبف لا 'مصف ما کے مناسب

انتخاب ہے ہم نقطہ ن کے نزدیک سطح برگوئی اور نقطہ تی بے سکتے ہں اور قوس ن فی کا مماس سطح مُستوی ن ب ب ب میں دا نع ہوگا۔ اسس سطے مستدی رکونہ ذکر دن پرسطے کی ماسر سطح مُسندی کرندیوں اور جہ ہما دیرہ

سطے مستوی کونفظہ ن پرسطے کی مما سی سطے مستنوی کہتے ہیں اور خوضط ن میں سے گذرے اور ماسی سطح مستوی بریمو و مواس کونفظہ ن پرسطے کا عاد کتے ہی ماسی سطح مستنوی کی مساوات معلوم کرنے سے لئے فرض کروڑ اس سطے مستوی

علمانی مسلوی کی مسافات معلوم کرنے کے لئے قرص کروکہ اس مطح مستوی برمت کو تئی نقطہ ہے جیلے محدد (کا 'معا'ے) ہیں' اگرن کے محدد

مُهت = ع-ى مُهات = جعنى مقالا = حفى الادلا) مُهت = عنى المراس الله المراس المراس الله المراس المراس المراس الله المراس المراس الله المراس الله المراس ال یسطح کے نقطہ(لا ' ما ' ی) بری ماسی قطی ستوی کی سا دات ہے جس میر ا کے عاسی سطح پرے منی نقطہ کے وائر اردال محدد ہیں (۱) اور (۱) سے دیج کرنے سے میں مال ہواہ عادی متی جوب المام وائر محدوں نلا 'صائے عرب رول کے ہول کے ہوتی ہیں ·= (8-(6-4)+10+(01-d)+10+(1-2) 1= 10+10+2 = 10+10+2 !

کونکہ دلا' ما' می) کرہ برواقع ہے۔ اگرہم (لا' ما' می) کودائرہ محد دلیں اور تقطۂ تماس سے محدد زلا' ما' می) ہوں توسیا وات بالا ہوگی الإلا + ما ما + ى اى = ك عاو کی مسا و آنیں ہیں ! ۔

اگر (لا ، ما ، می) کو دائر محد د ما ناجائے توسا دائیں ہیں :۔

ب تومرز دار مخروطی تا کہتے ہیں (اس کی مسنوی تراش بالعموم ایک کروطی ہوتی ہے)' نقطہ (لا' ما' می) بیرس ماسی سطح اور حادی

آ ن سو ۔ مساوات ب ما ہے جسمی ۔ یا لا ہے ۔ سے ایک نیر مرکز دار مخروفی بربوتاب - نقطه (لا مما می) بری ماسی سطح مسنوی اور عا و تی مساوی ب

منتی ہم۔ مساوات اولاً + ب ما + بع می ۔ ، سے جہاں اواب ا ج ایک ہی علامت کے نہیں ہیں ایک مخروط تعبیر بیونا ہے جس کا دائس میڈا پر

ے اسس کے نقطہ (آلا) قائری) برمائسی سطح اور عاد کی ساواں

أَكُون (لا الله ما الى)= ولا البب مأبع حي توستقات جف ن ، جف ف ، جف ف محف می سب صفر ہوتے ہیں جب کم خف لا جف ما جف می جف ہی لا = ما = ی = . محزوط کی ہرا مک ماس سطح سنوی مبدًا میں سے گزرتی ہم

اورمیدامیں ہے گزرنے والا کوئی خاص عاد نہیں ہے مماسی سطح مستوی اور عاد کی تقطه ن را لا الم ما) پراورنقط ق (لا + صف لا الما + صف ما) برع كنيتيل ي ع ع ع بي جال ن س عمف لاس ق ي ف ص عفاما ع = ف (لا عا) عقرة في (لا مفلا على معن ما) يس عرف برين كي أوسط شرح (عني- عن) رن ف م حبكولكها جاسكناب

اورن ق، ولا كرمائفرداويد فعا بنائ (المعضم و وفعه بداك اغتتام بر (عرب عن) رن من اور (عی-عر) ارت کی انتها کی بالترشیب نفع ورجفع ہیں اگرت فی کو صف س سے تبیر کیا ما ں کسی خطیستقیم یا خطیمنحی کا لول ہے جوکسی خاص نقط سے ایا گیا ہے) تو عرکے اضافہ کی اوسط نشرح (عیی - عی) معف م مف عن ہے اور اس گئے ن ق کی سمت میں عرکے اضافہ کی خرا رن ت کی ست میں جون ق ریمود وارہے عرکے اضافہ کی الزج کو ع سے تبیر کیا جائے تو چو کہ ن ت^{ا م} دیا کی ست کے ماتہ يه فعا+ الله بناميه اس لف عور المراق المر معن ع حب ذل ہے

جان ل م ان سمتى جيوب اتمام بين ن ق كى -سا داتیں (۱) کو (۱) اور (س) دفعه ۹۰ کی مسا دانوں میں ت کو س یا س کے مساو رہنے سے بھی نوراً حاصل ہوسکتی ہیں اہم نے خرع کی بجائے علامت حبف ع المهوم تعبير روتا ہے اس کو ہمشہ ذہن میں کہنا جاہئے۔ إن ضائطوں كاستعال مع لئے باب لا كا افتتام بركى متاليس ملاحظه مبوں کیا جا سکتا ہے اور زا ویہ کونظبی محد دول کے زاویہ طعما کی طرح صفری^ہ مثلاً ن ق ، و لا كے ساتھ زاويہ (فعا + 17) يا فيا - 17 بنا ا ب اس نري قرارواو كيموافق زا ويركي جيب التام منفي عني أوسلتي سي- فصال مين

خطوط کے نے فرم ۹ ۸ اور ۳) کی اندست کی تعیین کی انہوستہ کا فی مہوتا ہے۔ العلى يتبول كم مشتعات عد ف (لا كما) كم مشعات بالعموم الا اور ما کے تفاعل مہونے ہیں اور اس کے ان مے بھی شعفات ہوسکتے ہیں. لیس جیس دو سرے بہتیں ہے گئیہ مے جزوی شنفات بھی حال ہوتے ہیں۔ لیس جیس دو سرے کنفاعلوں کی طرح تعبیر کیا جاتا ہے : ۔ اِن کو بھی ایک متغیر کے تفاعلوں کی طرح تعبیر کیا جاتا ہے : ۔ فافع المراس كا المرك حروت كو بالعموم ترك كرديا جا ما مي السطح السطح المركة وعلامات كونساك في السطح المركة ومن المراج - المركة ومن المركة المركة ومن المركة ب تفاعل ربیخت تمام مسلسل موں توبیہ دوتفاعل مساوی ہوتے ہیں الیموزیل میں کمنیلاً درض کروکہ عود الرالاً مان کو تو جف لاجفاء عن الرادا ما

ر فرق نہیں آنا یعنی لا کے اور ماک لحاظ سے ا ور بھیر لا نے لحاظ ہے و و د نعہ تفرق کیا گیا ہے کا اسی طرح علام مراد سے کہ عراص کیا لا سے اوا سے دو ونعہ اور معرفا کے لحاظت تین ر بديدوررر-رود هر ما يكر، ف رود كما يكر، ف رود هر ما) + ف رود كما) <u>نُ (لا + هُ ما + ک) - ف (لا ما + ک)</u> ن فرالا + ه و فرالا على عن الله و فرالا و في الله و في ا اس لئے کے۔ کے لئے داری انتہاہے

ف الا عالى - في (ں کینے سے ہمیشہ وہی نیتجہ طاطن بیونا ہے ھ+ کک) / (ھ + کک) کولو-یاتفاعل ف رلا علی پریم لوگ آلئے سے فارلا علی فارک فارلا علی فارلا ف

جسے (۱) موجاتی ہے { ف (لا + طب ه عالی) ف (لا + طب ه عا) } رک(۲) اب (۲) میں عاکا جو تفاعل ہے اس پراوسط قیمت کا سے کا ماکا و في (لا+طم ه عالك)-في (لا+طم ه ع) = ک ف (لا+ طب ه عا+طبوک) جاں ، حلی را اور (۱) ہوجائی ہے ف (لا + طم ھ ع ما + طب ک) (۳) اب فا (لا) کی بجائے فل (ما) = ف (لا + ھ ع ما) - ف (لا عما) لینے سے (۱) کاشار کنندہ فہاد ما +ک) - فیاد ما) ہے ' اس پراوسط فیرت كالمئلدلكان اورحب سابق على رفي سيم ديميت بين كه (١) ماوي ب ف الا لله طيوه عله طياكي (م) اس کئے دونوں جلے (۳) اور (۷۷) مساوی ہیں۔ بوکڈ نفاعل کسل ہیں اسلیٰ داور کی خواہ کسی ترتیب سے صفری طرف است ذقاق کریں انتہا ئیں یا ہم جفتسء جعت احد الا

ساں ہے، مسترے رہیں ہوئی ہوئی۔ ق ۱۔ شکل ۸م دنعہ او میں فرض کروکہ سے مجم ہے جوسطح اون دہج محذو سطوح مستوی اور سطوح ستوی م ن' ک ن سے مصار ہواہے۔ سطوح مستوی اور سطوح ستوی م جف و بخف ح المسن د کارتبه جف الحف اله سن د کارتبه جف الا جف اله سن د کارتبه جف الا جف اله الله کارتبه جف الا جف اله کارتبه کارتبه جف الا جف ما کارتبه کارتب $\frac{7(N-1)^{2}}{\cos^{2}(N^{2})} = \frac{1}{(1-1)^{2}} + \frac{1}{(N-1)^{2}} = \frac{1}{(N-1)^{2}} = \frac{1}{(N-1)^{2}}$

ا وراس لئے جمع کرنے سے نتیج بطلوب حال ہو جا آہے کیو کمہ راء (لا- لا)+ (ما- ب نق ٣-ارع= + جال را= (لا-و) + (ما-ب) + رى- ج)ادر (لا-ل) (ماً-ب) (ئي-ج) ايك ساتوصفه جفاء جفاء جفاء حف ۲۷ حف ما المجف ما المجف مي برق کا بارنفظه (ال ب جمع) برجمع بئاس کا قوه (لا على) برج ب بن برق کا بارنفظه (ال می) برج ب بن بی بن قوم در مندرجه بالامساوات کولوراً زنام کی باس می اگررق کے بار م ، م ، بالترتیب نفاط (او ، ب ، ج) (او ، ب ، ج) پرجمع کئے جائیں تو این باروں کا توہ (نقطہ (لا کما ' می) پر حج_{ر (ہ}ے) ہوگا جہا را = (لا-ل)+(ما-ب)+ (می-ج) اسی مساوات کولوراکزاہے ۔ مشتق ۷ ۔ اگر عزیہ ف (لا کھا) اور لا کھا تفاعل ہیں ت کے فراھے م چورکہ جفع تفاعل ہے لا اماکائس نے اس کات ا اشى طرخ معسلوم بوسكة بي حس طرح في عيد الدين معلوم كياكيا ب

مشق ٤- آرع عن (لا+ الرت) + فنا (لا- الرت) تونابت كروك جف ت = ر جف لا ا اس کی تصدیق کروجب کدی = (جم (لا+ او ت) بب جب (لا- اوت) أكر عر غيرزاً بع متغيرول لا ادر ما كاكوبي تفاعل مو عرکا پرراتفرقی یا تفریر (دفعہ ۹۰ کی رو سے) ہے ، پرسوال بیارام و نائے که اگر د دغیر تابع متغیروں لا اور ما کے کوئی دو تفاعل فَن (لا كُما) ورسما (لا كم ما) وكي بيوك بكون توكيا بهيشهكوني أورتفاعل فيه رلائما) فرلا+ سما رلاكما) فرما... كى يجائ ن رُلا) اور فرما كى بجائ ن (لا) فرلا لكوسكتن بريّاس ظر کے سے جلہ (۲) فارکا) فرلا گئٹکل کا ہوجا آ ہے (ادراس صورت میں) ر ملاحظہ ہو دنعہ ۹۷) ریک تفاعل اسا ہو تاہے میں کا لا نمشتق فا (لا) یعنی کم می تفاعل عرکا پورا تفرقہ ہے تب جلات (۱) اور (۲) در لا اور نوں سے لئے ماہم سادی ہو نگلے ' جونکہ فر لا اور و ما فن (لا عا)= جفع ا دراسی طرح سے لا اور ماکی سب قیمنوں سے لئے

سارلاكا)= جفع الماني على الفرق نهين موسكما ما وقتبكه جف فه ي مسا دائون كى كنّابس مطألعه رف عن اور رتین فیراب متغیروں لا عام ی کے تفاعل ہوں کو يوراتفرقه موسيى لا كما كمي كالك تفاعل عر أيسا موجود موك فرعه ف فرلاد ق قرماً برفرتي بِعَلَم دِيكِهِ سَنْنَ بُ كَهِ سُلْطُ صَو فِرْ فِي مِن -أي ١- (٣ لا - ٢ لا ما) فرلا + (٣ ما - ٢ لا) فرما بورا تفرقي ب يومكم (الا مراه ما)=- الا = جف (الم ما - الا) اور عود لآ- ٢ لا ما + ما شق ۲- اگرف = مای (۱۷+ ما بی) کی = می لا (لا ۲+ ما +ی) V=Kの(K+a++ら) توتابت كردكه فرع = ف فرلا+ ق فرما + س فرى جال ع = لاً ما ي + ما يمي لا + ي لا ما

ایک ذره کا طرنق سیعس برایب توت ق البی سمت میں من من معددون الا اور ما مع تفاعل بي - فرض روك ((إن ب) فرس في كرفين وكام بوا جمن = فرلا ، جب فد = وط اورم عرجم ده قجمذو قجم سافيلاء قجب سافي یں سے ہیں حامل ہوتاہے:۔

المت ت كسوكت كرية بي جوكام فوناس وو فت (لا ' ما) كى تبديلي كم مساوى

اور (آ) میں فرلا کا سرمرف لا کا تفاعل ہے انتخلف راستوں کے لئے تفاعل لا ما فرما کی محلف تمینیں ہو گی اور اس کے کے صرف ن مے محددو پر و قوت نہیں ہوگا بکہ { سے ن تک پنینے کے راستہ رہی موقوت ہوگا (دیکیو ۳۷) اگرا ن ق مستوی خی مه مولواسی طرنیه سے حبس سے که مستوی مخی کی صور میں ور لا اور و ما معلوم کے گئے تے (دفعہ ۲۲) یمعلوم ہوسکتا به که ماس ن ب کرسمتی جیوب المام می (دفعه ۱۹، ۱۹، ۱۳ سر ۱۳)) اگر ن ق کی متی جیوب اتمام ل م م م ن ہوں تو جم زیه ل ولا + م فرما + ن فری به کرسی + م ورس + ن ورسی اور فرک = (اوس + ما وس + م وس) فرس ... (۳) . دن در در بربر جها جها . بین کام ک (ساد نے کے لئے کسی خاص راستہ پر تحصر ہیں ہے۔ ب میں فر لا + صافر ما + سے فری پوراتفرقہ نہوتو راستہ کی سیاوات کو استعال رائع

علم ميل ميرجزوى تفرق كالمتعمال

اماس کئے ملک یا طب استقل

توطيبين دربناءً عليه تك مين ٢ ٣ كالضافه موجائيكايه چه فرکک پورانفترقه ہے یعنی فرط ۸۔ نفاعل طب کرٹالوقیمۃ ا سنہ ایساً سِند بخی ہوکہ میڈا اس کے اندر دافع نہوتو اس مخی کی کو بن ا ن= + ج لا = + لاما الردمتقل مواور ح اورفي بدلين تو فرد = • اور حرحركيات بساتنعال

تقل تجم پر دارت نوع کار کے)سے میف طعا ہے۔ کے انے مفاق کا سے جم نہیں برنائینی بانفاظ دیگر فرح = . الیکن اگر فرح = . توساوات سقل دباؤیردان نوعی (کر) سے معن کی ہے۔ کے لئے معن طو بربوں بوگد سے 'طع اور دی کانفاعل سے اس کے فرح = جعن مح فرطه + جعن مح فرد (۵) فرق = (م+ن جفت طه الرك كر = م دن جف حد كردن جف طرد (٢) شے کی لیک ازروے دفعہ ، ، ہے" ۔ ح فرد " وض روک جمل کچک ہے جبکہ نئے متعل تیش پر پیلے اس لئے ج سے - - حق حق ح جف د اس شرط کے ماتحت بناباکیا ہے کہ طماسعل ئنتی کو (جف در) ننتی کو (جف ح روکہ جف حے وہی معنے ہیں جواد بر الے عظیم ہیں اس لئے

عَلَىٰ = - حَفَد عَفَد الْمَاحِ اللهُ ﴿ - حَفِد الْمَاحِ اللهُ الْمَاحِ اللهُ م جف طه فرد + (مجن طه دن) فرح ... (۱)

اب ہارے اس مار تغیر د 'ح 'طعه ' فعہ ہیں کین اُن میں سے مرت دوغیر آبع ہیں 'اگر خ اور طعہ کوغیر تابع ما نا جائے تو علامت كاجبكه فه متقل رہے ' اس اشتباه كا احتال مومنتین كوخط ماد کبانے یں جمتقل ہے۔ ز سا کمل تغرقہ ہے اس کے (دفعہ ۹ وس) ساوات ۱۰ فرفده جف في فرح + جف في فرطه

ع= م الركو - كي = ن (جف طم إد ليكن گير كال كے لئے (جف ح) = حلى اس كے ن = (كو-كع)/ ح ادر

زفد الله على + (كو ي على المرك عنواك رط، حِنَالُذَا رِحِيلًا و كي الني فرف = -

لا 'ما عفي ما 'عفي ما '.... شال مول ايك اورجليس معلى باسكنام بسيرت عائه عنيها عفيها أسد شال بور

فر ما = ما (الله عرا عق ما) فرالا زلاء لا زت ، فرالا = لا فرت ا فرماء ما فرت و فراماء ما فرت اواس ك عفي ما = (فرلا فرما - فرما فرلا)/فرلا اسی طرح عف ما تفروں کے خارج قسمت کے طور پر بیان ہوجا ا ور لا= (عفنيًا لا) فرلا= · x فرلاً= ٠ اوراسی طرح سے ہم دیکھتے ہیں کہ فرا لا ' فرا لا '

معل رہے ، دند ۹۲ میں رکھو فلاے طلب اورس و رئب

اس التي المجف على عديد المحف المجف على المحف المرام المحف المرام المحف المرام المحف المرام المحف المرام المحف المرام المر جزوم رنی ست پر عمود دارجس طرح که جف ر جروکا طول ب رکی مساواتیں (۱) اور (۲) ضروری ہیں کم ہم ان کا ایک اور درج کرتے ہیں۔ دفعہ ۹۰ (ار) کی رویسے لا اور ما کو دیکا تفاعل بے جبکہ طب مستقل رہے ہمیں ت کی بجائے ریکھنے سے عال جنء حفاء جفاع جفاع × جفاء(1) يهال دفعه ١٩ كى ترقيم كے مطابق جف ع سے مراد (جف ع) ہے اور جف لا عمراد (جف لا) ما ہے۔ نیز جف لا الله جف (جم طد) عمل (جف) الله عب طري الله الله عن الله ادر (جف مل) = - رجب طر اجف مل) = رجم طر جس سے مساورات (۲) عاصل ہوتی ہے۔

اس نے (۲) کی روسے اورجب جف ع ، جف عولا كى مندرجه بالاقيمتين رج كى مندرجه بالاقيمتين رج كى مندرجه بالاقيمتين رج كى مؤلم الموالي بنطن جفاع جباطه جفاع + بجبطهم طه جفاع المخاطبة المعاطبة ا (0) جفاع = جباط جفالاً + اجبطة جمط حدد حفا جماطر جفاع جماطر جفاع اجب طرج طر جفاطر المعناطر المعناطر المعناد المعناد المعناطر ال (٥) اور (٢) كوجمع كرفي سے لا = س جم فن ما = مرجب فن اي = يى بهال مى بسيل بداتا اس كئي بسيرد، بين در طد كى بجائي مرد

ر جفاع جفاع ... نی = رجم طر، س = رجب طر برای سے (٤) یں لاکی بجائے می اور ماکی بجائے می لکھنے رجف و رجفاء جمن ای اجمع من جمعت را از جمعت را وا جمعت الما المعند الم ره) ادر (۱۰) سے (۸) یں درج کرے اور س = رجب طی ر لعض اوقات (۱۱) کی پہلی دو رقبوں کو ذیل تی معادل شکلوں میں لکھنا سفد سوتا ہے

جف (رع) = رجف على منيو حف طما = رجف طبا ١- اركا = رحم طه كا = رجب طه توابت كروكه ركاتفاعل بيوتو ولا اور فرف كامال ضرب ا بيوما ہے-ے علم کو چا ہے کہ مساواتوں کوشکل کھینچ کر آبابت کرے اس طرح سے اِن عصصطے وضا حت کے ساتھ اسٹی مجرش آبا سکنگے -۷ ۔ اگر لا = رحیم طعا اور ما = رہبت طعا تو نابت کروکہ تطبی مساوات (= ف (طلما) سے جو عنی تبییر ہوتا ہے انعطاف کی شرط (۱) کے ذریعہ معلوم کرو۔

الرلاء و(ا-جمت) ما = ون ت دجب ت) توعف ما كوت رون۔ طب ادر ماء رجب طب اور لا کا کو کطب تفاعل ہو (١) لاجم طعه ماجب طب = ر (١) - لآجب طعه ماجم طب د رطب رهم الأجم طعد ماجد بالحديث المراس الألام الأحديث ملك وطعد ما معلى وطعد ما والمعلى المعلى الم الرُّنَ نقطه (لا تُمَا) بيوتوميا واتول (١) اور (٢) سے ن كى رفاريل ينم قطر سمى كى سيده ميں اورائكے عمود وارتجہ سيد جيوني آري اورسيا والوں (س) اور الني ممرون مين ن كالسراع وأصل موناب- به تساني سے وتعاجا سكاس = かりノナト المِسْتَةُ وَلَ كُولَةُ طُولَ إِثْلُاكُ) مع تبير كرك أما بت كروك (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) 10 40 = 10 = 10 + 10 (0) مهاوات (١) متناتله لَا له وكاله ريئ = اكوس م لحاظ سے تفرق نے سے طاصل میوتی ہے۔ اوپر کی مسا دات ایس کئے ورست

اراع ماصل ہوتا ہے۔ ۷۔ اگر محوروں کو زاویہ حد میں سے محمایا جائے توکسی نقطہ کے پرانے محدو (لا عمایی اسی نقطہ کے بئے محدووں (ضما^ک حا) سے ذیل کی ماولو الا = ضراجم عدا - عاجب عد ما = ضراجب عدم + جاجم عد رَ جِفَعَ جِفَعَ جِفَاعَ جِفَاكُمَ جِفَاعَ مِجِفَاعَ مِجِفَاعً وَيُرْجِفُ ضَا جَعَنَالًا مُجِفَاضًا حِفَانًا مُجَفَّاضًا = - جف الم جب مداجف على جم عد جفع اورجعت ع نے مل کرنے سے

(۱) کی طرح کی مساوات تین تغیروں لاکھا ' می کے لئے بھی درستے ٥- ثابت كروك جف (لفناع) = لف (حف ع) ٨ - اگردنعه ٩٩ (١٢) ييس طه كى بجائ صه لكها جائے جمال مديم طر تو ابت كروك لف عر بوجانك جفاً (رع) جف (ا-ما) جفاع | تحف را احمار جفافة ا ن ن = ر جوایک مثبت عدد ہے، ن ف = فرس اور ن ف = فرس ا نیز ن ف اور ن ف کی سمتی جیوب التام (ل م م م ن) اور (ل م م من) ہیں۔ زاوعے ق ن ن اور ق ن ن بالترب طه أورطناين أورن في أور ن في كي متون كا درسياني زاويه دسرے اُ ثابت كروك (١) جف س = -جم طب (٢) جف س = -جم طب جف ر جف ر حف سر جف س جف س جف ر = - (لا-لا)/ر عف لا = (لا-لا)/ر عف لا = (لا-لا)/ر وينو

عوري المالي الم -- { -- + -- + -- - } -=)/ (4 ن (ی - ی) / ر کے مشتقات معلوم کرنے اور ٧-١٥)+(٥٥٠-١٥٠١) + م فا- فا + ن می - کی) ز جف س

مشتى19

جس سے وس عالس موتی ہے انیز جف (را) مفس = - را جف ر عمل را ... جو (۲) ب ١٠ زض كردك ف ن (منق أقبل) تو يجي كى طرت في كك برمعايا اليا م اورن في = ق ن باياليا م - فرض كروكه ع = ن ف ح اورعق اورعی الترث التی اور التی کوتعبیر کرتے ہیں ا نابت کرو (ونعه ۹۲ کے موافق)کم جفر<u>ل</u>)= مجمطه م عنی - م عنی = م ف ق و عنی - عنی) رق ق زِفِن رُوکه ق م م م م م م م الله م الله م الله م م م ق ق م جفاع = م جم طب

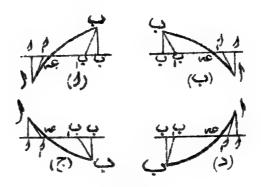
احساکا ابتدائی رساله به ۱۹۵ میم احف ق ۱۲- ن پرتفناطیسی قوت کے ابزائے ترکیبی (مشق ۱۱) - جفف الام منتى الكاطريقية أستعال رواورع ياليك كى بجام ف الو-

بارووار دیمی منتق کاستعال مساداتوں کے نظریدیں

ف (ند) میں (لا۔ عمر) سے بڑی قوت شال ہوگی ، جہارے مفروضہ کے خلاف ہے۔

الا)=(الا - عمر) فيم (الا) لوظائر بية ·=」+りで+"と ال ایک دومبری اصل ہو۔ اگر دوہبری اصل عدم ہو تو ت (عدم) = . اور ف (عدم) = . اورف الرف أرص به الرائح (r) = 5 + hem

ر ' ب كى نسبت برايا حمونا موسكما ہے ۔ اشکال (ر) اور (ب) یں جوٹرسیں میں اُن میں ب (لا) مفی ہے اور (ج) اور (د) میں گئے (لا) مفی ہے اور (ج) اور (د) میں گئے (لا) مقبت ہے۔ تفاط (اور سب کے نصلے آ آورب ہیں۔



ان ترسیوں سے ظاہر ہے کہ ﴿ بِرِکا اس مور کا کو ایک نقطہ لم بر طع گراہے جہاں لم ' أو اور عدی ورمیان واقع ہے۔ اس لے لم ' أو كى سبت ف (لا) = . كى زياده تقريى اصل ہے - اب او برے ماس

= = (1)+(11-1) = (1)

جب ما ہے. تو لا ہے لہ ، انس کئے اب وض کروکہ وہ خط جو حب بیں سے گررتا ہے اور (یر کے م عاس کے متواری ہے موری کو نقط ب پرکاٹیا ہے۔ خط کی مساوات ما= ف رب)+(لا- ب) ف رار)

اس کے ب= ب - ف (ب) رف (را) را اور ب اور عدا کے ورمیان واقع ہے گویا دب اب کی نسبت

ت ع اور ف رلا) کی حیفونی سے جمونی قیمت *ۉڐڔؙ*ۦڣڔۄ)؍ڣؘڔڔ)'ب؞ؚ۔ در ڇڌ ک يني د ڇڏ ک

قب آیا ہے۔ العموم دے اس بی سی کومحسوب کرنے کی ضرورت ر بهولی -اشکال کامعائنه کرنے سے طالب عسل و کیمیگا کی اگر در کا انخاب اس طرح مذکیا جائے جیسا اوپر کیا گیا ہے تو لام اور ہے کی قبیت کر کی نسبت عدم سے زیادہ دوئر ہوسکتی ہے۔ میں ا۔ مِثالیں ا ما متالیں مثال ۱ - اگرف (لا) = ۳ فائے ۲۰ لا + ۵ توف (لا) = کی اصلیں (ナーリ)(ナーリ)9=(カ)(ラーサ)(カーサ) ت رال = ۱۱ لا ع رال = ۱۸ ف (- بن) = الم الم من (لا) كى اعظم قيت ب-ف (﴿) = ٢ م ال قيمت م م - نقطه (٥٠٥) بقطة انعطاف یہ آسانی کیے دکھا جالسکتاہے کہ ف (لا) کی ترسیم تحور کا کو صرب ایک درمیان واقع ہوتی ہے جونکہ دے (-۲) اور دین (-۱) برسی ائم آن ب تحرمانب انتخاب سے پہلے بہتر تعترب عاصل کرتے ہیں۔ اب ف (- ۲۱۱) = - مرمدری جب (- ۱۵۵) = + ۵ مرم کی جو کمہ دنے (ان) منفی ہونا ہے جب کہ لامنفی ہو اس کے ہم کیتے ہیں النه-151 ع بیا و تف (-۱۶۹) - ۱۶۵) کے اندر دیگا (لا) کی تعداد آبڑی سے الیمت = ۲۱۶۸ ق = اسی و تفدیس ف (لا) کی تعدا دا جیمولی سے جیمونی تیمیت

میل به استدلال اس امر بروتوک یک دف (ار) اور دنگر (از) ما علامت ایک بی بروتواس صورت میں منفی سرے۔ در ایک ایک بی بروتواس صورت میں منفی سرے۔

ادر اجما تعرب ہے

کرے = ۱۲۰۰۸۱۳ مار اور غلطی آخری مقام اعتباریہ کی ایک اکا کی سے بھی کم ہے ۔

منتق ٧- مساوات لالدجب الأررية عد مكوم كرو

اگرایک دائره کے محیط پرکوئی نقط ﴿ یُو اور اگراجی ادر ﴿ یَ و و تربو

ف رلا)= ١+جملا عدد رلا)=- ببلا

یہ ایمانی سے معلوم ہوجا ما ہے کہ لا کم یہ اور ۴۱ کے درمیان داقع ہے یا بہم تظربوں میں ۲ ۲۲ ۲ ۲ اور ۱۱ ۲ ۵ کے درمیان واقع ہے۔ 151440=(50149) (3'5.744-=(50144) 150047 = (5011)05 -009+=(5011)00 sr> = 5' 5.120 = 2 يونكه وي (الأ منفي ب اس التي الم ال ١٥٢٣٦ اليتي إلى - ف (١) ين (و) = ١٦١٥ ١٠ ١١١١ و ١٥٢١ و ١٥٣١١ و اوغلطی اعشارید کے جو تھے مقام تی ایک اکانی سے بھی کم ہے۔ الم = الم - ون (الم) رون (الم) = ١٢ ٥ ١ ١ ٢٥ ١ ١٠٠٠ اور غلطی آخری مقام کی ایک اکائی سے بھی کم ہے۔ درجوا میں زاویہ ٥٠ إ ومتواتر تقربات - فرض روكيما ورت كيمل لا = فعا (لا) م ض روكداس كي الل عدم بي أور أن عده كا تقرب ميديني اب عديد فعرض وفعر (المرد فعرد) مرفع (المطلط) وراس نے عما۔ فرال = هف (اور طرف هر الله الله عماد الرجوع استحال کیا جائے توہم دیکھنے میں کداکر لا کی ہرائی تمیدنہ کے لئے جو اوکی مبت عماك (اوه قريب موفي (لا) ليك كسرواجم جھوٹا ہوتو جس اور فیک رو انہاتفاوت مرد سے کم ہوگا نعنی عما اور فنی رو انہاتفاوت مرد سے کم ہوگا نعنی عما اور فنی فنی رو گا۔اس لئے فنی رو) کو

ی سبت اس سے رہیں ہورہ فی (الی) کو الم سے تعبیر کروا ورفرش کروکہ عمد = الی + هر جہاں هرمادی ہے رهر فنم کر الر + طعم هر) اور بناء علیہ کم ہے م هر سے - انبی طرح سے بادي مولوف ف (الا) كسرواجب بروتي ہے۔

サラハア・と=リトリトリーアンロアハリ=(シ) ーラ ئه ومبارلا)= ۰۰۰ بوتینی کر اصل مے اچھاخا ار = فدر لي = ١٨٣٥ - ٢٥٨٣٠ ms ng. 120 = (6) = 0 (لا)= · كولوراكر في ب ايك 759449412000 روكرماوات لاء فعار لا) ب يعوني مفدار موتو ابك صل تقريباً رور إتقرب الإ= فعا راك) = فعا (١ ما) -

ے درجہ تک ہم عیا عیا ا ح پھی جا من ہوتا ہے ﴿ ما+بِ ما ا ج ما ا = ﴿ الم تقرب کے لئے ؟ ع کو نظرا تدازگرد ، و ع میں اکوع ایکوع میں مندرج شرد ادرج نفے سے بڑے چرجہ کی رقوم کو نظرا نداز کرو۔ یے سے بیس طامل برنا ہے: (ماجب ماجع ماج کے ماہ کے ماہ کے اور

W=10+67-40+61=1 بهلا تقرب دونسار تقرب 16+6+=6(6+)-(6+)+6+= y (br)+6(br+6r)-(6r+6r)+6r=1 "610+61+61= V= + 3+(+3++10)-(+3++10)+0) "(br)-"("br+br)+ = 40++6++6+ = با - فد رالا) ایک لاستنایی ساله بوست به بیکمت ق بونکو تعمولی شرطیں بوری کرے۔ مثلاً اگر بھرکھیں ہو = ۱ + ما تو 6 = + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 یا لا = ما لے لا ا - لے لا ا - کے لا ا - لا اورطالب علم آسانی سے دیکھ سکتا ہے کہ چوستے درجہ تک یعنی لوک (۱+ ماً) = ما - بل ما + بل ما - بل ما الله ما ما می ما می ما می می ایک شال ہے ۔ وفعہ زوا مے مضم بیط بحث کرنا اس کمآب کی حدودسے باہرہے۔ پوری تشریح سنے س ویا ہے کہ کرمسٹن کا بجا 'جار دوم' باب ۔ س کامطالعہ کرے ۔ مشنتی سا۔ ماکولا کی بڑی میتوں کے لے لا کی قوتوں کے سام 1 + W= 46 K جب ألا اور ما دونوں برے ہوں تو ماس ضرب لا ماكو لا اور ما اے مقابد لا اور ما اے مقابد لا اور ما اے اللہ مقابد میں نظر انداز كيا جاسكتاہے - اس لئے پہلے تقرب کے لئے ما الد لا اللہ

 $\left\{ \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) + \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{3}{\sqrt{3}} \right) - i \right\} \left(\frac{3}{\sqrt{3}} + i \right) 3 - 3 - =$ 13+ +1- 1- = (-11-1)1-1-= مثال ۱ کولطورنمونہ تصورتیا جا سکتا ہے۔ علم سندسہ میں اِس قاعدہ

فابل قدررساله لكما مع (Curve tracing by Frost) سُس كو الماضكرا سُود مند ابت بوكاء اس تاب محمنعاتي پر وبيب برش كي رائے جوردي كاب يتخص كياس موجود مونى جاميع وعلى طوربر يانظرى اور بررياضي دان بنالى م لا مسس لا کی مل کی مساوآیس ایصال حرارت کے نظریہ میں اور مترفتا بترون کے نظریہ بن کبترت واقع ہونی ہیں ۔ مہولت کی غرض سے ہم پہلے م = الیتے ع الكين الرم ايك سِحِ برابر نه بوتونجي تجت كے استدلال ميں اضولا وافغ بنين مبوتا - صفر سري اليب الله عن اور نفي السليس نعيداً وأستنبت انتهاوك اوى اين اس كے صرف مثبت اصلوں برغور کرنا كانى ہوگا۔ س لا اور لا كى ترسيس كيني سيم ديكة بي كرية ترسيس وفغول (١١١٤) (١١١) اور العموم (٤١١) ن ١١٠) كانداكيه اورصرت ایک وفعة طع كرتی بین جهال ن كوئي شبت عیم عدد ہے - اس لئے مراکک دفقہ کے اندر مساوات کی ایک اور صرف ایک ہی اصل ہے اور صف ت کے درمیان کوئی اسل نہیں ہے۔ فرض کردکہ لا ۔سس لا = ف (لا) اب نیوٹن کے قاعدہ کی مدد سے ونفر(۱ س سوس کا ارکی اس مسوب کرد-ت رلا) = يسئ لا ' ف رلا) = - اسر الا نطالا جدولول سے معلوم جونا ہے کرزاوید مرائد یا اور ۱۸۰ مرائد می کے ورمیان واقع ہے۔ ابن زاوبول کونیم فطربوں میں بان کرنے سے ہیں اعتبار یہ کے میسرے ا ف (لا)= ١٥١٠ rrs1-=(以)ご +·+-=(以) · ·

بَوْكَه فَّ (لا) مَنْ عِي مِعِ السَّنَّةِ مِ لِيَتَهِي الرَّهِ ٢٠٥٠ إنه كب =٥٢٨٥ م بيس ٧= ١٠١ و <٢٠١ اورية المانى معلوم بوسكتاب كه ك جبولاب たったー co(た)/co(た) = 4・0 とり - 9・・2 = カロカン اُگے نزنکل جائیں۔ اُگی ہم البسا کریں تو دے ﴿ } مثنیت ہوگا۔ ماس بڑلی رغر سے بدلتا ہے اس لئے اگر چار ہندسی جدول استعال کئے جائیں تو امیل سے آگے ہوتی اس کئے ہیم معمولی سائٹ ہنداسی جدولیں استعا ل سے اُکے نہیں ہے کیومکہ ف (الم) =- ۲۲ م 1190ء ایک حادہ زادیہ ہے اور سس لاءمس (١٠٥٠- طما) = مسراطه اورچ كمولاء مس لا اسك مس طرول الماء مس الله اس نے ن ۱۲ + ۱۳ کی بجائے ج دکھے سے 1 - 1 - 1 - 1 = (1) - 1 = (1) - 1 = (1) - 1 = (1)

1- 1 + 1 - 2 = N + 1 - 2 = N L = 1 - 2 = N L = 1 بیساوات دنعه اقبل کے طریقہ سے مل کی جا تگتی ہے کیونکہ ن = ۲ کے لائمی لا ، ٥ عراس برام اوراس لئے ١٠ فاصر حيوا م يهلانقرب لا = ج وورراتقرب لا = ح - الحج . تمياتقرب الا=ج-(ج- ج) + رج = ج- ح - ج بوتعاتقرب الاعرج - (ال - الح - الح - الح - الح الح - الح الح - الح الح - الح الح الح الح الح الح الح الح الح ال =3-5 (+3+1)+15)+43+(+5+)-050 بالحل تقرب لاءج - الم - الم - ماج - 150 -ن = ۲٬۳ ، ۲ ، ۲ ، ... کے لئے اُخری تقب علی طور برکافی صبح ہوتا ہے -طالع م دیکھے کرن = ۱٬۲ ، ۳٬۲ ، ۲٬۵٬۲ ، ... کے لئے اُلی فیمتیں ۳۰۳۰ ۱۲۸ ٥٧٥٤، ٩٠ ٢١٥٤ عما ١٨ ١٨ ١٨ ١٨ ١٥ ما ١٨ ١٨ ١١ ١٠ المل الماصل مو ريك كى كاب الوازيم كالكوسف ببت سى ما دانوں برجن ميں مثلثي اور قوت نائی تفاعل شامل ہیں فصل سوٹ کی ہے اور مساوات لا ۔ مسس لا کا عام مل مسوق المستون
تعموم كافى موكأ يعبض نعور تون مي عوابا ٣ لا - ولا + ٢ = . كي ال ب الا معلوم كرو -لا- م لا- ٤ لا + ٢٦ = . كى دوائل معلوم روجوم اورس كدرما (۱+٤ لا) = ۲۲ و ۲۲ تولا معاوم كرو -ایک دائرہ کا ویز ال ب ب اور مرکز ج ب و تر زر کور قطاع ایج کی مصیعت کرتاہے۔ اگرزاویہ الربخ ب کلا نیم قطربوں سے م ابت کروکہ لا = ۲ جب لا اور الا معلوم کرو۔ 2 ۔ معاوات لا = جم لا کوئل کرو۔ ٨- سادات ١٧ ايمس لا كي ايك الل - اور لله ك درميان سے اور دوسری ادر ما ۱۳ مین وونون اصلیس معلوم کرو -٩ - كتاؤكسادات ل و الاواد و الار کو او بیر کس طرح حل کیا جائے حبّئہ کی اورج دیے ہوئے ہوا، ور ل مج سے زیادہ بُرَانِهُ مِنْ أَنْ الْمِ اللَّهِ عَلَى اللَّهِ مِنْ اللَّهِ مِنْ اللَّهِ عَلَى قَيْمِتْ سِيرَ الْكِ مَعَى تَغْيِس مِوْمًا ے جسے ہم رجیرو (Catenary) کہنگئے۔ یہ زنجیروطول کی رسی کودوافقی نفطوں سے جن کا درمیانی فاصلہ ج ہے انگائے سے ماسل موتاہے۔ ۱۰- ذیل کی مساوا توں کی چیوٹی سے چیو ٹی اصلیں معلوم کرو

(في + قع) جم لا - ٢=. (۲) (قو ﴿ + قَو ﴿) جَمْ لا + ۲ = • ظاہرے کہ (۱) کی ایک صل صفر ہے ' اگلی جیوٹی سے جیوٹی اصل معا لا- ارجب لا = ب كوش زوجهان أرة ١١٩٥٣١٢ ۱۰ مایت کردکه لا و فعد رلا) کی اس عما کی تقیری تمییں جوزیدہ ۱۰۵ میں است کردکہ لا و فعد رلا) کی اس عما کی تقیری تمییں جوزیدہ ۱۰۵ میں است کے طریقیہ سے حاسل ہوتی ہیں وہ متبا دلا عمد سے بڑی اُدر چیوٹی ہوتی اگر فهر عدى منفي بهو . آگرف (لا 'مَا) = . اور فا (لا 'مَا) = . كاتقريبي مل زوج لا = لا ما = ب مونو نابت كروكه عام طور برابه ها ب ب ب المات الماده في الماد جهان شتقول میں لا عاکی بجائ الراب رکیدنے جائیں۔ آرف دلاكا)=لا + الا ما - ما - با فادلا كا)= الأما + ما - منو لا يه ما ما يه اك نزد يك اصلور كي زياده نقري نمتيين معلوم كرو -١١٠ ار را - ال (وا - يون ع الله على الله الما المناسب كروك لاً چھوٹا ہوئو فاکی دوقیمتیں لاکی رقوم میں اتیسرے رتبہ کی カトナガナリトニレットガーガーリーは سے حاصل ہونی ہیں -"نابت کروکہ ساوات سے جو مخی تغبیہ ہوتا ہے اس کی دو شاخیں ہیں جو مبدا

أزنى بن أورمبدأ يركع عاس بي ما = الا اور ما = الا الا كى جيولى فيمتول ٥١ - آر را (ما - لا) = لا + ما توناب كروكه لا كي حيوتي تيون كے لئے ما کی دو میسی ول کی مساواتوں سے حال موتی ہیں!-ما = لا+ لا الراز اور ما = به لا- لا الراز به بي دكما ذكه (. ال) ي زديك منى كي مل ・=(カート)カナナダ منحی و مرت مرو -۱۲ - اگر (ما - الا) = لا + لا ما + لا تو نابت کرد که لا کی میمولی قیمتو کے گے デリート サート ت ضرورت پُزتی ہے کہ تفاعل کی تیمیت وحبریا دکیر نے جو تھیک طور پر جدولوں میں دکھا لی نہیں ں انداج کاعل منابراً ہے اوراس سے لئے معمولی قاعدہ رمنی ہے کہ تفاعل کا فرق دلیل کے فرق کے متناسب ہے۔ ۔ کے حواز برغور کرنے ایں۔ ط کروکہ کا اور می ایک ہی علامت کی دومقدایں ہی کیکن می نعاداً ہے کھے ۔ تب اوسط قیمت کے مسئلہ کی روسے جمکہ ف (الا) من (الا)

اور دی (لا) کومسلسل فرض کیا جائے ویل کی مساواتیں تقریباً ورست ہیں۔ ن (أو +ى)- ف (أو) = ى ف (أو) + المراق ف (أو) .. (م) فرض كردكه هر = ف (أو + هر) - ف (أو) كف (أو) كوساقط كرو الرسطة (ア)...(り)む(かしと)としましま)とう(とり)い سا داریت (مع) تعمیری ہے الیکن ادبِسطِ قبرت کے مسلمے تبوت کی ہیروی کرنے ہے وكها سنة بن كه يه عين شيك بدوى أرام في (ال) ى بجائه في (البطسم علن جہاں ظل کرواجب ہے۔ يونكرو ف (المبكى) - ف (الربكى) ف اورفض كوك فأرلاء ف رلاي - ف راي - لا- الدي - ١٠ (١١- ١)(١١-١٥-١٥)ف رلى = . (مَاثِلًا) كُوفًا (لبه ي) = - (مَاثِلًا) فَالله عَلَى الله عَلَى الله عَلَى الله عَلَى الله سَاللًا) حرى قيت كي روس الله فا (لا) كول اور لو+ى ك دريان ہونا چاہئے بینی او اور او + دارے درمیان صفر ہونا جائے ۔ يَنِنْ فَأَرُلا ﴾ ۽ ٺُ رلا) -ضُ اس کئے ض = ف الر + طعاد (م) اس کئے (۳) کی بجائے ہمیں تعیک معاوات ف (١٠١٥) - ف د١) - ي د + ي اى رى - هر) ف (١٠ طه هر)

عامل ہوتی ہے جہاں د = ف (او+ هر) - ف (او) شكل ۱۹۵ مي C==0'15=2 (カナカ)じョンがかっしん -فرلاء د ء س = ف (الر+ى)- ف (الر) عطه ی در ه نوس ن سن ق كي بجائے ور ن طرق لينے سے جوغلطي واقع ہوتی می (ط ہی) کی تعداد آبڑی سے بڑی ممیت کہ کا سے اس وقعه (الو الر + ١هر) ميں هن ﴿ (الا) كي تعدا واُ بِرِيني سِير بر مي قبمت ہُوتوس طیا ہا۔ ہی (ھے-می) ف (الا + طعا ھ) گی بڑی سے ہے اور یہ جدول میں درج ہیں ہے ، عام قاعدہ یہ ہے کہ دے (الرب ہی) کو مساوات رہم، سے محسوب *کیا جاتا ہے اور* بائیں طرف کی دوسری رقم کونظ كرديا مالكي يفي ت(1+2)= تر1)+ ک د كَى تَمِيت تحنوب كرف كے لئے ف رون كى تمبت ميں جواضا فہ كرنا يُرا ہے ` مینی می جے دہ می کے متناسب ہے۔اس کئے اس قاعدہ بیش کرنے سے

بوغلطی واقع ہوتی ہے وہ کے سے بڑی نہیں ہوتی۔ ارس قا ماره کی مستنظ صورتی پیربی -ا - مکس ہے گ ایسا ہوکہ مطارک کو می ۔ الى بيدا نه موسيك الرانسا موتو فرق كو منفيف "كيت بي - فرق خفيف はらい(かき)・い(り)=んご(り)+十人ご(をもの) ل- ف (لا) = لوك حب لا تعداداً بڑی ہے اوراس لئے ملے کو تھے مے مقابل میں نظر انداز نہیں العاسكا كاس كئي. ٩ كرب فرن ففيف بي ادرب قاعده عي بي-جن جدولوں میں دلیل یادم کافرن اس مو تاہے ان میں هرا آ کے مساوی ہے اورسيم قطريول ميس 5 - - + 9 - 9 = اور بام ها= ٢٧ ؟ يعلوم كرن ك ك كربام ها فم لا سمانوي معام بركب الريايكا

اِس غلطی کے علاوہ اُرقم کھاکے کرک کردینے باتوس مقام برنصف اكائي كي علطي وتوع يذير م ساوی موتوطال علم د کھوسکتا ہے کہ <u>ھاگ</u> 21.65 په برکونی ازنہیں ٹرنگاجپ کک که زادہ نقر للا کے لئے قرق بے قاعدہ موتے ہیں جمکہ الك بهت رقبع بهوتى بي جبكه عدد ١٠٠٠٠ ابواوراس جوٹری سے بڑی علطی واقع ہوسکتی ہے وہ تقریباً اوی موتی ہے اور اس کئے ان جد واول۔

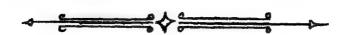
رضانی منطی صف ما تقریباً یہ ہے ے اور دو مراشقیق کی عام ترتیب وطریق برخصرہے۔ زیادہ تنفیر ہوں مثلاً لا' ما' جی توتفاعل عر= ف(لا مطا جف کا جف کا ہے ہوں اور معن کا معن کا اور معن کی ہے۔ چونکہ معن عودر ربداول کا ہے معن لا 'معن کا اور معن ہی میر اس کے انفرادی غلطیوں معن لا 'وغیرہ کا مجموعی اثر ہراکی کے حداکانہ اثر کو جمع کرنے سے مال ہوتا ہے ۔ علی طور پر" چھوٹی غلطیوں سے ایسے ارتجاع میں جو علقی صف ﴿ واقع تبوتی ہے اس کم ا راس کے مف رئے جہ جم بے جم کب اوراس کئے مف رئے جم جم مف ب بجم دب يهجم جهمف ب+جملب چوکه بجبع ه بخ جب ب اور (دب بست در اوراس لئے ہذا صف (در رصف ازیم سے معن ب-جم ب صف ج) رب جب سے اور شاقی تفاعلوں کو حسب ضرورت اسانی سے اصلاع کی رقوم میں بیان کیا جاسکا ہے مثلث النساسج كارتبه اسلاع الأكب الدناويه سبح سي ميور ووسرس عنلول اور راويول كو فراسا بدلا مائير تو مفاب مفاج = بیجم سبح اه ذرالیانس طرح بدلاجائے که تنگشاسی

من ل من ب من ج ٧- ماسي مقناطيسي رف بيايس شوئي كے انصراف كا عاس بي محيسنا ہوتا ہے ۔ نایت کرد کہ انصاب کی قرآت میں علطی دائع ہونے سے رو کی میت ے۔ اران معینوں کوجن کا فرق اکائی طو (سے سو ویں حصہ سے کم موسادی سمجا جائے تو تابت کروکہ لائی قیمتوں۔ ۱۲ واور + ۱۶ کے درمیان مکانی عانة لا + ١ لا قبل تح تفاعل サイダナーダナーダー+のは رائے نردی ان شاخل کی مسادانیں یہ ہیں 1 1 = 16 1 lec 3 = 46 K ناب*ت کروکه بهتر نقر*ب په بین るーノなーカートをというとり、カーカーノカーし ئے خربیب شخی لا ب مات ۲ اولا کی سافا ·) ع زيب ما " = الولا (カナーンンジャーー しょうどくしゅり) لاتنابی بر ما = - لا+ ۲ او/ ۴ + ۴ او/ ۱۹ لا نابت بردس ما اعطن م بوگا جگه لا = ۲ او/ ۴ از برخی کومرسم کرد -۱- نابت کروکه مشخی لا یا - لا که الا که لا ما + ما = مسیم که نیال که

تقربات صحیح ہیں ۔

(ب،) کے زدیک وا = 1 لا - آ لا اور وا = - 7 لا + آ لا ان ان کے زدیک وا = 1 لا - 7 لا اور وا = - 7 لا + 7 لا ان ان ابی بر لا + 1 = الله ان ان کورکر تنا ب اور تنقالز فا ایت کورکر تنا ب اور تنقالز وا یہ انقالہ (- آ - ۵) برعبورکر تنا ہے اور تنقالز وا یہ اور تنقالہ وا ایت کورکر تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ (- آ - آ) برعبورکر تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ (- آ - آ) برعبورکر تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ (- آ - آ) برعبورکر تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ (- آ - آ) برعبورکر تنا ہے نوئی کر قرسم کرو او تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ (- آ - آ) برعبورکر تنا ہے نوئی کر قرسم کرو او تنا ہے کورکر تنا ہے اور تنقالہ وا یہ انقالہ وا یہ انقالہ وا یہ انقالہ وا یہ انقالہ وا یہ انتقالہ وا یہ انقالہ وا یہ و

۱۱- ٹابت کروکہ منحیبات ۱۱) (ما- لام) اولا (۲) (ما - لام) = لا پی سے ہزائی کامبرائیر قرن ہے اور ۲۷) کی دو نوں شاخیں مبدأے نزدیک محور ۱۲۸ کے اوپر دانع ہیں منحنیوں کو مرشم کرو سورت دوم میں ہم قرن کوشم دوم کا قرن کہنگئے اور معمولی قرن کوتمینر کی خاطر فسم اول کا قرن کہنگئے ہے



المان الول

دفعه ۵ صفحه ۹ ا- براب ۳٬۵۳۴ سا- (۱) + (۱) - دفعه ۵ صفحه ۹ ا- براب سام دوم دفعه ۵ صفحه ۱۹ است مصورت اول دوم و بهارم مین خط مستقیم سے مصورت اول دوم و بهارم مین خط نصلول سے محور برغمو دوار ہے اور اصورت سوم میں یہ نود معینوں کا محور سے اسی طرح جب معین دئے ہوئے ہول توطیق (فط) فصلول سے محور سے متوازی ہوگا یا اس محور پر منطبق ہوگا -

وقعد عصفی ۱۵ ا ۲- ۱۱) ۱۵ (۲) ایا (۳) اه (۳) ۱۳۱۲ (۲)

(a) 411 (b) 111 (c) 111 (d) 111 (d)

(4) 1124 (4) 1124

مشق اصفحه ۲۹

トー(・リリー(・レー) - (をは+シー)

٩- دماً ب مالاج الأج كوماً ب مالج كوماً ب مالج

جوابات

ا۔ لائج کو منحی رہیں کب ع منحی بہیں ہیں۔ ۲- مرا دصا مورشال ہے (ا) (۳) (۲) دی کے لئے۔ نقطہ (١١-١) (١) اور (١) يرول عي ال=-

٣ - مورك نقط (١) (٠٠-١) (١) (٠٠-١) (١)

(十二)(1)(中(十一)(1)(中(十)(1) · 一一(") · 一(") · 一(") · 一(") · 小

1年の(かまい)十の上の(の

الا - الله المراك (١) كي الح - (١) من ما خيالي سي جبك الامنى مو-

شو المصفحه وم

一年一(り)一年(り)からり

٣- ج خورواقع ب ٢- ١١١٤ ما ١٥٠ (١) لا + ما = ١ (א) K+d=. (א) א K-+d++=.

٤- مَا= ٢٧-٠ ١٠- (١٠١) (-٣٠) مثق الصفحه ٢٢ (ナーリ) モニーレート ーハ ローリャート ーム

אר (ו) ביז און לי אין לי און (ע) ביזוניץ

4194 15.4 (2.4 - 1594 - -9 前の前の一下回中の中の一川 10- ساوات مأ+1= + (الا-٣) كم معاول -- -مشق الصفحة ٩ ۲۰ (۱) قطع ناقص السرس) ، ۱ او ۱۹ مرب ۱۹ م P= (1) = (1) -19 95=6-9 (١) (١-زج المر) (وب/ماروتيب المدب جم المر) =ب(١-زجم طم)/١١-زاجم طما (四) い(1+にちの)/(1-いろはし)

T-45-1 (4103:00 441 5.181.6 (3.10) - (3.10.6) 5.18.4 (1) 5.. ACH (3.. ACH (3.. A44) (5.. AB 94 (7) 5 -- 1 mmy 65 -- 1 mmb 6 5 -- 1 mmp 6 3 -- 1 m 5 . . 4 . 4 " 5 . . 4 . 4 . 5 . . 8 49 . " 5 . . 8 40 . (4) ونعر، ١١٠ صفيه ١١١ ١١ . ١٠ ٦ ج ٢٠ ج وفعر عام صفحه الا الا مع المستال من المستال - المن الم

منور صفحه FNIL - NILY -0 (DY-0) - P ١- ١٠٠٠ (الم - الله - ا アーカイナートは」)6-のなす。「に」、「んなっ」「人」 1- 1(ピーリ) (ピーリ) 11 (ラーリ) 11 - (リーラ) 11 - (リー {(トーでーでいりにはでったり)をははいーいり}と 「(アナローナーラ) ١١- (ت +١) (ت +١) ١١- وهرء + هرو + عوه مور مور الفطول ك فضاير (ف) إ (ب) + ا (ج) ا ا على الم ٨١- (١) لا- لا+ م رستى (١) ١٠ لله ١٠ + م (٣) الولا+ لوب لا + ق لا+ مر (معل)

شقى وصفحه اوا 1-11-6.1 A-11-6.1 A- + (UR-1) A(UR+1) (R-1) すー(ツ+ら)らーのず(シータ)らード (ドラー・シャ) はしているしまいにはしている。 (ドルー・シャ) (ドル・シャ) (ドル・ ا= المرابع ال 10 - (1) - (1) 11 (1) 11 (1) - 12 (1) - 15 - 15 - 15 (8) is -1. = -19 51 -1A

منور ۱۰ اصفحا۲۰

-- dd=10(K+K), (d-d)10+(K-K)d=.

١١- الجب (الاجب) ١١- المسس (الاجب)

アノーナイナーカーナートレーナートー

コーニュシャルーー

11- -16ず(6k+中)キャ(6k+h)

١١- سر (الله ١١) قطار الله ١١)

9- جبلارس-جمالا) ا۲- بجبلا ا۲- (۱+جملا) اجب الا اجب الا

(جملا-جبلاس لا) - ۲۲ - (۱+سس لا) ا ·= い({F+T(++0)}===(1) -+0 (1) = は(のサ+3) かままりのしませ(1) کوئی عدد سیجے ہے۔ ٢٧- دوجبت بم ت مس فعاء - وب ۱۳۹ - جم لا کے لئے یہ لا تسا دیال نہیں برسیں ' کی بجائے کے رکھو۔ مند. منوب ۱۲ صفحه ۲۱۶ ٢- من الا + الله ع - جب الله ۸- بالم مسن الله المستورية المستوري 9- جب السيا ١- ١+ لوك لا ٢- لا (١+ن لوك لا) ٣- م لا

11- - 1 وَجب لا ١١٠ <u>لا ولا</u> $\frac{1-1}{1+10}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{1}$ 1 LO 11/4-1 21- PO (K+1/K+1) مثنق بهاصفحه يها ו- הדע"- דע"יקהע"- זוע הדוע- זו׳ הצו リーリーンリア (ガナーリー TIL-11614+16) 11(116-16) 1-(K+1)+(K+1)-(K+1)-6 -M $\vec{b} = \gamma(K-1)^{n} + \gamma(K+1)^{n} - \gamma(K+1)^{n}$

٥- ما = -٢ جم (١١٤٠ ت ١- و المجمطم + ان الاجب طما - ن ان - المجمطم جمال 40= M= mp ٧- ما= ليجب الا+ ليجب الا؟ ا المرابع الم م- الارنان- الارنان ١٠- و ﴿ إِلا ً + عن لا + ت رن - ١٠ 14- ستال (۱) الا= ما ستال (۱) الا= · ١١- ما = . جكم لا= - الله الم 1-1- - - TT دفعه . ٤،صفحه ٢٥٨

شربه ۱۵ صفحه ۲۶۱

- رد = ج ون المنظوط كى نعدادك گفتے كى زانى نترح ب جوملقه المنظوط كى نعدادك گفتے كى زانى نترح ب جوملقه ب سگذرتے ہیں 'یا بانفاظ دگر فرت طقع سے خطوط كے مثانے كى بی نشرح ہے۔

١ (٢ - د ٢)/ (جه-١)

الا عدا أقبل و الا = ارك ٧- لا=-١، اعظم ؤولا= ١، اقل ٢ - ١ اقل ٢ - ١ اقل ١ - ١ اعظم الروح = - ا ، أقل و لا = 1 ، اعظم ا = - ا ، أقل و لا = 1 ، اعظم ا ١١- م ن (دم+ ن) ک 「テノジース・カル・カー」 ١١- رم الا + م الا + الرب ١١٠ (١٠ + م + ١٠٠٠) ١٩ - ١٩ د ج وبع المرا ال شق ۱۷ (ب) صفحه ۱۹ サーリーー・(データーラー・(デーナーシー・) ンサイル コードンサール الله قَ عَ فَ الله الله عَمَالُ فَي مَطْنُوبُ لِقَطْمِ مِنْ وَ مُطْنُوبُ لِقَطْمِ مِنْ وَ مُطْنُوبُ لِقَطْمِ مِ مشق ۱۱ (ج) صفحه ۲۹ ١١- من: ن مراء الناب جهال هر اور در مركزين-

4 (r) 4 (r) -1m ا- الراب (المراب) - المراب - المراب شو، ۱۷ صفحه ۲۹۹ ا- میدانقطرانعطاف م (۱) (۳) (۳) پر ۲- لا= + ا سر نقاط انعطاف ک لاین (۱) ± الله دا) ، ± و الله اا- بالاجم- اطباء ن ١٦ (دفعره ١٠) مثال ١٧) ٩- د١١ إ و (طبي طبي ١١١) إنه الو وطب طبي ١١١) إلى إلى ولوك طب رم) إلى المراس عدر ووطرم عدر وطرم عدى إلى ره المراد مجب طمه جب طمالط

| 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - | 1504 - |

ر الله الله



Abscissa

Adiabatic Curves

Altitude

Angular Accleration

Approximation

Argument

Asymptote

Agia

Average rate

Calculus

Cardioid

Cartesian Coordinates

catenary

Central conics

Commutative (operations)

Complete differential

Cone

قصسله مرناگذارنخی

ارتغنياع

تغنيه سيسط

وجه (ونسيسل) منه

> ممقادس**پ** محد

وسط سنشرج

ا حصب ا روز میروا

> توسیوری (میر فارنمیزی می د

لينم ومجيره

ہا ہم بدل سکنے والے (عمال ا رباط اندن

مخروط

Concavity	تقعر-گهراؤ
Conic section	مخروطی ترامش
Continuity	تاكن
Convexity	شحدب وأبحار
Coordinate	ا مميدو په
Coordinate geometry	محددول كابندسيندس كتحليلي
Curvature	انحت
Cusp	ِ <u>زن</u>
Cylinder	اسطوانه
Dependent (variable)	تابع (متغير)
Derivative	المغتنق للر
Differential	تفرنم يأنفرني
Differential calculus	"نفرنی احصار
Differential equations	تفرقي مساواتين
Dimensions	ابعأز
Directrix	م تب
Discontinuous	غيركنسل
Dynamics	علم حرکت و کیات
Eccentricity	خروج المركز ز زاويه)
Elasticity	ي
Ellipse	منطع ناقص
Entropy	ناکارگی
Equiangular spiral	مساوى الزاويه لولبي
Expansion	يصلاؤ
Explicit function	ناکارگی مسادی الزادیه لولبی بیصلا کو تصریحی (نفاعل)

- % -

/ /	
Exponential function	قرنت نائی (تفاعل)
Extension	لفنيائو
Fluent	ببلنت والأنسيال
Fluxions	بہاوگ
Focus	ماسسكه
Formula	ضابطه
Frustum of a cone	مخروط ناقض
Function	''نفائعسل
Gradient	وهسال
Graph	زميم
Gravitation	تنجاذب
Hyperbola	تطع زائد
Hyperbolic sine	. رافتری جسب
Implicit function	تعلمينتي غباعل
Increment	اضافه
Independent variable	منغيرتبوع
Infinitesimal	صغباريه
Infinity	لا ُناہی
Inflexion (point of)	نقظ عطف ياانعطان
Inflexional tangent	انعطافي ماسسس
Irrational number	رغيرنطق عدد
Integral calculus	رتكملي احصب
Integral function	رئملي نف عل
Integration	بكمل
Intercept	. م مفطوعہ
	-

Inverse function	منفلوب نفاعل
Latus rectum	ونزخاص (معتدل)
Leibnitz theorem	ليب نيركام سند
Limit	أنتها
Linear function	خطئ نفاعل
Litaus	عصا
Logarithmic function	لو کارنی تف عل
Magnitude	مقدار
Major axis	محوراعطسه
Maximum	اغظم (نمیت)
Mechanics	علم حكت ا
Mean value theorem	مسئلا وسطانتت
Minimum	افل رُتمیت)
Minor axis	محوراصغير
Multiple valued function	كثيرلقيمت تفاعل ،
N becomes indefinitely large	ن لامتنابي كى طرف الكرموا ب
Notation	ترت م
Oridinate	مقين
Orgin	ر مب آ
Parabola	تفطع ممكافي
Parameter	ستبدل
Partial differentation	بزوی تفر <i>ق</i>
Polar coordinates	بزوی نفرن تطبی محب د و
Potential	وَّه
Quadrant	قوه ربع

Rate	شرح
Rational number	منطق عدد
Reciprocal spiral	مشكاني لوكبي
Rectangular coordinates	نائم محب د د
Reversion of series	سالب لمون كالميتنا
Rolles theorem	ول کا ستند
Semicubical parabola	نیم نیم سکا فی
Simple harmonic motion	ساده موسيقي حركت
Single valued function	دجبدالفيمت تفاعل
Stationary value	"قائم ننمیت مال قهیت
Step	ت م
Specific heat	حرارت نوعلی
Spiral	ر لولب الولبي
Surface of revolution	الروث ي سطح
Temperature	تبيش
Thermodynamics	حرمرکیا ت
Time rate	'رانی سنسرح
Trans cendental function	با درانی تفاعل
Trigonometrical function	علم ثلثي تفاعل
Total derivative	يورام شتق
Turning value	مور کی قبتس
Uniform variation	کسال (تغیر)
Value	کیساں دنغیر؟ نیمت
Variable	تغفه
Vector	1.00
	. 3

exponent, e log10 x € 20 limit, lim A := (x) 1Эy δx, δy δу $f^{\ell}(x)$ Dy, Day dx, dy, dz $\nabla ^{\mathfrak{s}} \mathbf{u}$

6

/ (x,y) Y X Velocities u,v,w Kinetic Energy, E Work, K Force, F Potential, V Pressure, P Volume, V

واصاء صداول)

صحبيح	blė	سطر	صفحه
C		/	
۵- قدم کا باب	قدم كا ما ب رونفظه لو"	1111	٨
"نقطه لر" "	و تعظم ل	١٣	9
فصله	معین	Λ	190
نشبی	س .	15	44
۱۲۔ تفاعلوں کے لئے رقیم	ومورونا وموق	9	٣٣
ا ١٢ - تفا عنول ڪي ترجم	نفاعلوں کے گئے ترقیم	10	24
ا برسیسی	برہے ۔	٥	۴.
۱۲۷ - ڈھال ۷۷ جو	' <i>ڈھال</i>	۲.	٨٨
(اور حبن	(ورجن	۲۱	84
ف (۲۰)ء-۱۰	اف (-۲) عدا	سوا	D Y
ا منقار بأنه ا مأسط لا	ا نتفاریاً ما = لا	9	4.
ا ما عد لا الما ظ		44	41
۲۸ - ماورانی تفاعل	ا کمچا و این وقت باعل	44	-9
1	اورا نَيْ ثفاعل	اما	10
(درسی ا شفی	درستی سنگ	19	A 0
	اسم	11	100

	- Control of the cont	·	
سميج	غلط	سطر	المراجعة الم
فينر	/4	14	(0)
المناس	مت لا	gr.	; • • • •
0=-	1:3	jr	1
حاصل ہوتی ہے	عاصل مروتی	19	1110
- 47	- 41	1	110
ت,	ت	۴.	114
تفاعل کافرق اسے بیمیتہ کمرہے	100	r	140
تفاعل كافرت إن بميشكم ب		14	الماما
ع د دی	ای ویمی	74	174
1,00	همرد اور ل ^{رم} لو	۳	144
اوراد او	اور ک ک	۵	الماسط
متنبط	مبيط	6	بوسوو
نساف (لا)=ف راو)	نسافرلا) = ف راد)	۸	를 당하는 " <u>라</u> 를
نافه (ع) عندرع)	النافرو)=فدري	٨	ابها
و کی بجائے ہی استعال کیا جا	9	A	انها
1-10-1	1-0 -1	ىنو	100
نب الاحد	نب ن	٥	10-
<u>مُنْ فَمَا(ت)</u> معن ت	مف ف (ت)	۵	144

13.00		مغر	July 1
(**)	(E)cin	i A	} # =
To the second	2 - Cun+2	14	177
المنطق الماسية الماسية	مشنق ا	,	144
المنافق المناف	مثنى	j	140
يقطي	يفظه	ha	76.
وا = ١	ر ماً = ٣ ت	14	1 4 60
ارتے سے	an hours	4	169
في رلا)	فأرلا	۲	1 /4 1
ما د کار فرم سال	110 1 200	۵	100
ع و و هرفت برس	ع' و' هر موں نیال	11	IAT
میان مکانی	ميان مان	م	
-8	-+	۳.	141
وَ= - الله	وَ= - كُلِ	;•	194
فرما فرا	فر ا	۲-	190
L. L.y	16 18 1 V	100	196
ول-طال	ول- وط	7.	144
ا عَ حَرِالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ عَرَالًا اللهِ	هَا = زلم ا	je.	7.1

صحيح	غلط	سطر	صعم
F N	r M	۵	4.4
دفعه ، مع حصّه دوم	(دفسه ۱۴۷)	۲.	414
(۱)عف حبة الا	عف جبالا	1	410
لوك ما= الموك (الا-1)	لوك مأ= بلوك الا- ا	14	444
1 (2 - 5 - 5 ()) 1 ·	١ (دول - دول)	1)	474
بالبنئكشم حصله دوم	بثديم	19	444
الم الم	عفي ما	٣	444
5044107779	50-47104779.	۵	rr.
ع=عت بستقل	ءَ=عت شعقل	11	100
100	7	14	101
F 5 = 5	1 - f = J	"	ror
وفعه ١٩٥	190	14	101
بالب شمر حصر دوم	باب متردرتم	4	747
متساوی اسکافین	مسادى الأصلاع	1.	791
15	العط سر ٩	1	WIF
صيم عرد نهير	صیح عدد ہیں	190	119

صحيح	فلط	طر	صغی ا	
تقطه فضاك	عظه تضاك	9	mma	
(,0,-,0)	(8-18)		به منوس	
كونى نقطه (لا عامى) م	رئی نقطہ (لا عطا ' می)	11	ro,	
استوی م مهم	ستوی ما ۱۹	0	۳۵۳	
ا فرماء ٠	تندیت فرما =	124	404	
الموجود	مربا <u>ء</u> موجود	9	7 4 4 7 7 7 A	
ت= م	ق = را			- Charles
5-0	プラ	1 4	P 2 F	-
الرق = قرا	الاق= الله	^	1-61	T-18 Control of the Party of th
5	<u>*</u>	9	464	
(1)	•	41	1424	
ابين بن	ہیں ہے	14	tu.	
افرالا کی بجائے	فرا لا کی کائے	10	MAY	
الشّ کرج کی قدم میں	ا اسی طرح	17	سادسا	
طر ومر قروم	طل لى بجائ مل	۳	444	
<u> </u>	7	10	rar	
انقطر (عدم،)	نقطه (عدا-)	15	m92	

صحيح	blė	سطر	صفحه
ف (لا) = ٠٠	ن (لا) يه	1.	1 49
فىردد ھ)	±+1) w	11	4.0
ان کی ایک	۱۰۶ کے نرق	pu a'	414
س ف او + هرکے درمیان	س ک اوبھر نے درمیان	14	817
0=10 Nor=6			
	1) = 16 (Y)	10	rro
(٦) (ما - لا)	(3)-6)(1)	۸	444
	جوابات		
- ب ت	ت ن ۲-	14	grp.
1-W/(V+V)r	(1-V)(V+V)r	4	841
صفحہ ۳۵۲	صفحه ۳۵۱	4	kk.
	(X) 2 = 3	-	
	LIBRARY,		